



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



مجتمع آموزش عالی گناباد

## فصل سوم

### جریان های خارجی

۹

### تنوری لایه مرزی

مکانیک سیالات ۲

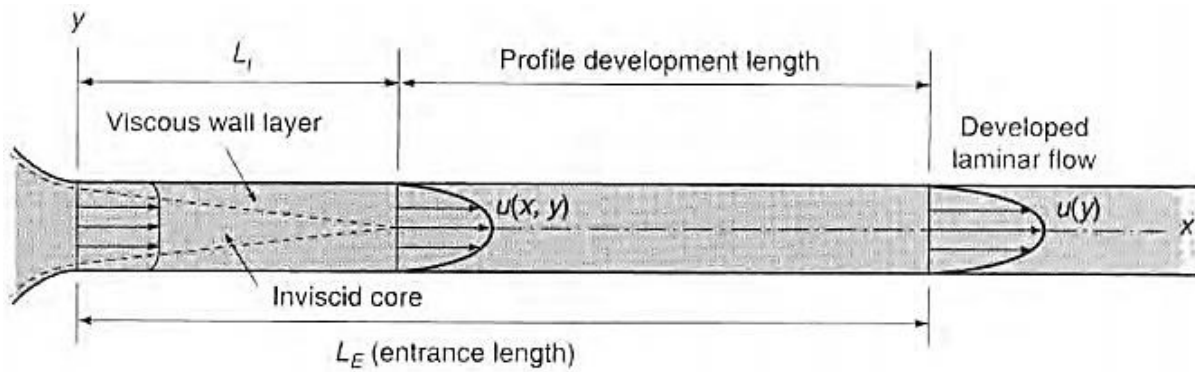
دکتر وحید محمودی

گروه مهندسی شیمی



لایه مرزی در جریان خارجی لزج

## جریان در لوله ها



▪ ناحیه ورودی هیدرودینامیکی

- برای جریان آرام:

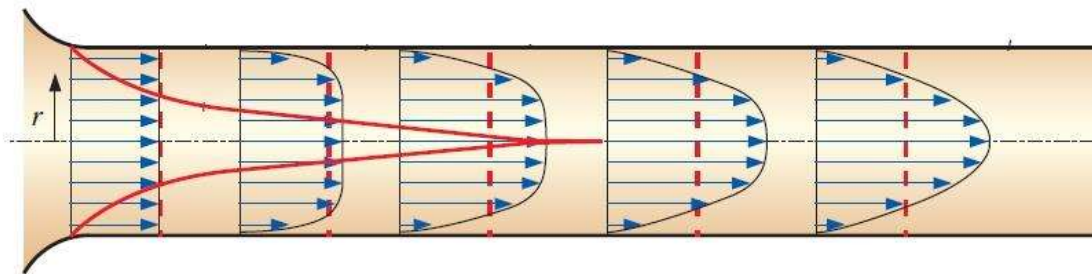
$$\frac{L_E}{D} = 0.058 Re$$

- برای جریان درهم:

$$\frac{L_E}{D} = 4.4 Re^{1/6}$$

3

## یادآوری: جریان در لوله ها



▪ ناحیه ورودی هیدرودینامیکی

- برای جریان آرام:

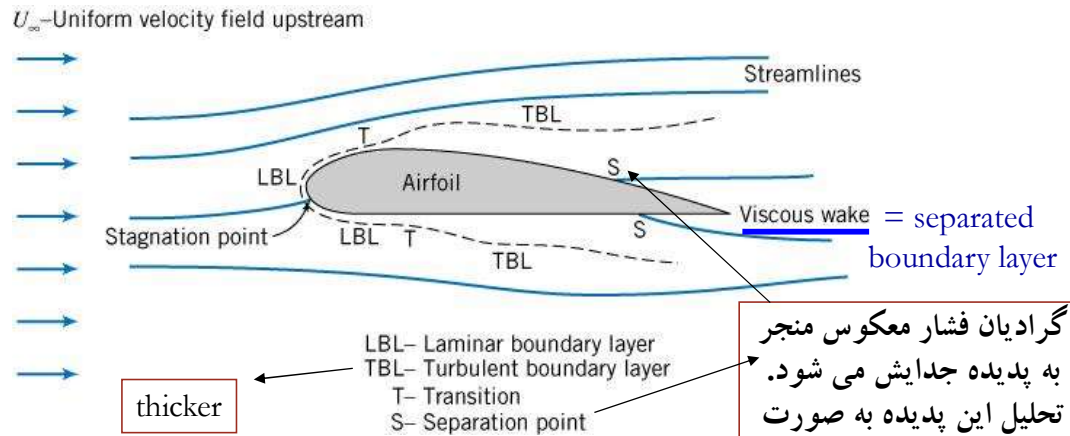
$$\frac{L_E}{D} = 0.058 Re$$

- برای جریان درهم:

$$\frac{L_E}{D} = 4.4 Re^{1/6}$$

4

## جریان های تراکم ناپذیر ویسکوز خارجی



گرادیان فشار معکوس منجر به پدیده جدایش می شود. تحلیل این پدیده به صورت تئوری بسیار مشکل است.

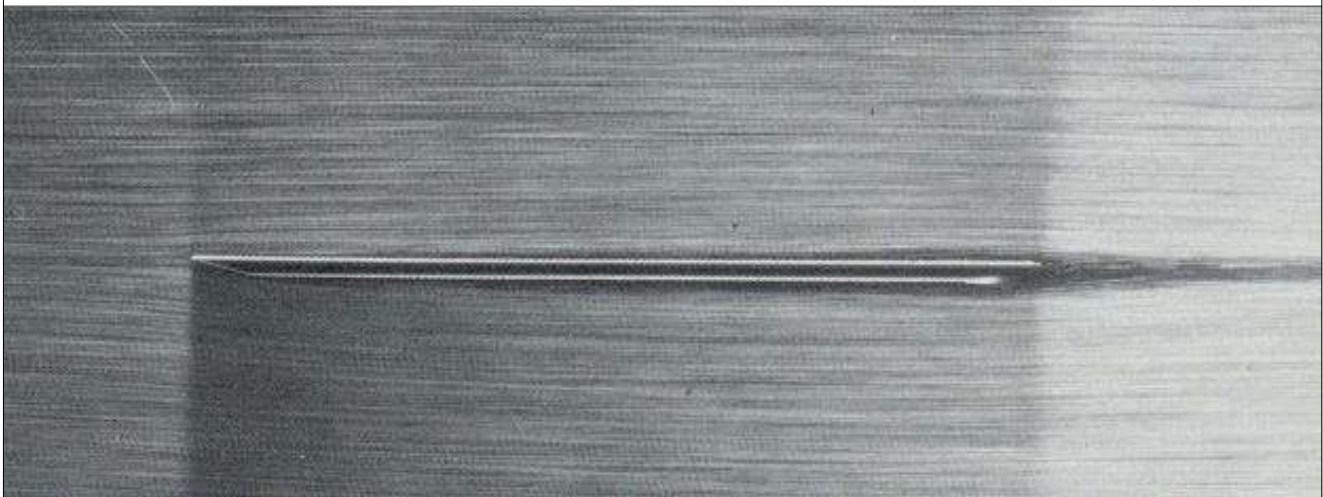
thicker

LBL- Laminar boundary layer  
 TBL- Turbulent boundary layer  
 T- Transition  
 S- Separation point

•  $Re = U_\infty x / \nu$ ;      $Re = U_\infty c / \nu$ ; ...

- لایه های مرزی آرام و آشفته
- جابجایی جریان بیرونی غیرلزج
- گرادیان فشار معکوس و پدیده جدایش

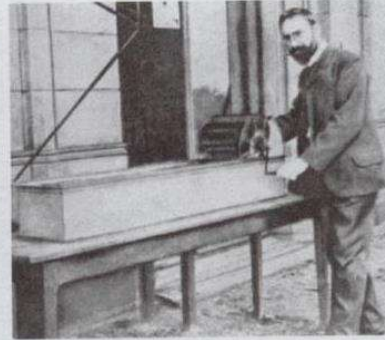
## تحلیل لایه مرزی (تئوری و تجربه)



لایه مرزی ( $\delta$ ) که در آن، تنش های ویسکوز (گرادیان سرعت) اهمیت دارند، لایه ای است که در آن، سرعت سیال حداکثر برابر با  $0.99$  سرعت جریان آزاد می باشد.

# Ludwig Prandtl

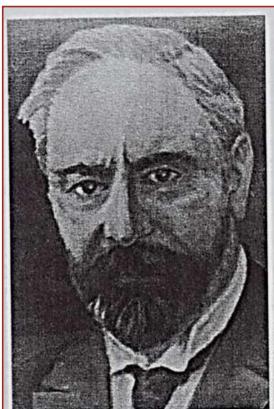
*originator of boundary layer theory and advisor to von Kármán, Blasius, Nikuradse and others*



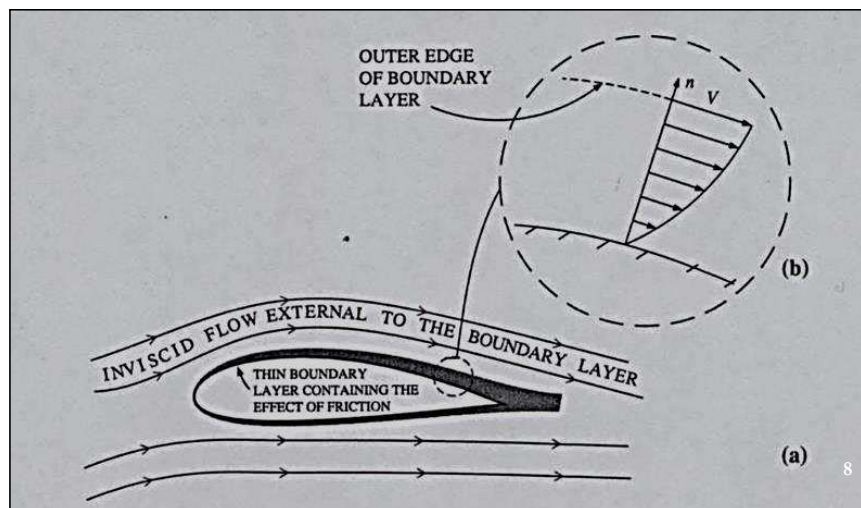
نخستین بار دانشمندی به نام لودویگ پرانتل مقاله ای را در خصوص لایه مرزی در سومین کنفرانس بین المللی ریاضی در هایدلبرگ آلمان ارائه کرد. با وجود این که این مقاله در ابتدا نادیده گرفته شد، ایده های مطرح شده در این مقاله در دهه ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ به گسترش دینامیک سیالات جدید و هیدرودینامیک در قرن ۱۹ کمک شایانی کرد. این مقاله تنها ۸ صفحه بود، اما اهمیت بیشتری از تمام مقالاتی که در خصوص دینامیک سیالات نوشته شده بودند، پیدا کرد.

7

- پرانتل اصل عدم لغزش را در نظر گرفت.
- پرانتل ناحیه نازکی به نام لایه مرزی فرض کرد که در آن، به دلیل وجود گرادیان سرعت زیاد، نیروهای برشی اهمیت زیادی دارند.
- پرانتل جریان خارج از لایه مرزی را غیرلزج فرض کرد.
- پرانتل ضخامت لایه مرزی را به قدری نازک در نظر گرفت که در آن،  $\partial p / \partial y \approx 0$  تقریباً برابر با صفر بود.
- در صورتی که لایه مرزی دچار جدایش شود، به میزان زیادی بر روی حرکت جریان خارجی تاثیرگذار خواهد بود.



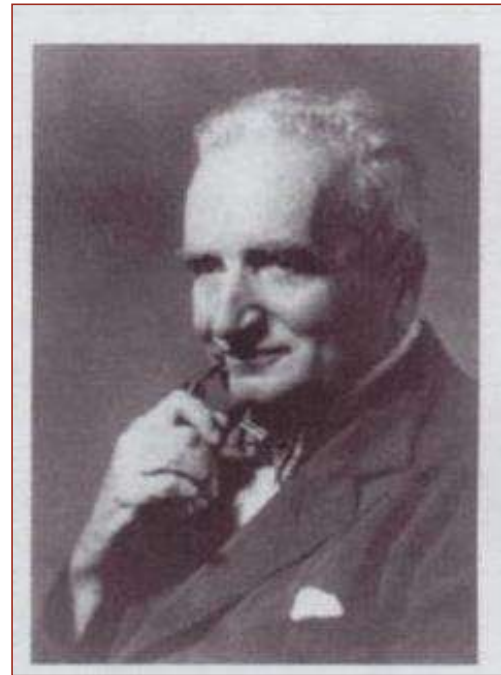
Extraordinary insights: Ludwig Prandtl in 1936.



8

# Boundary Layer History

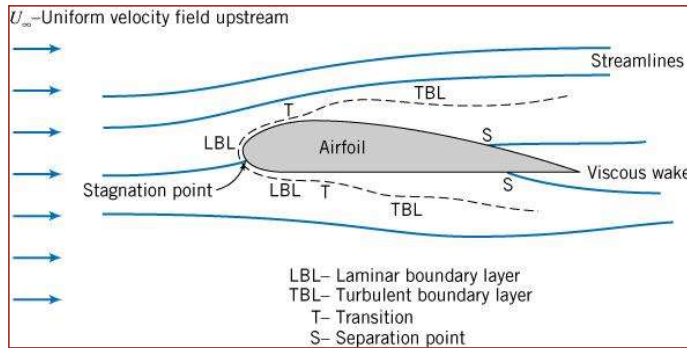
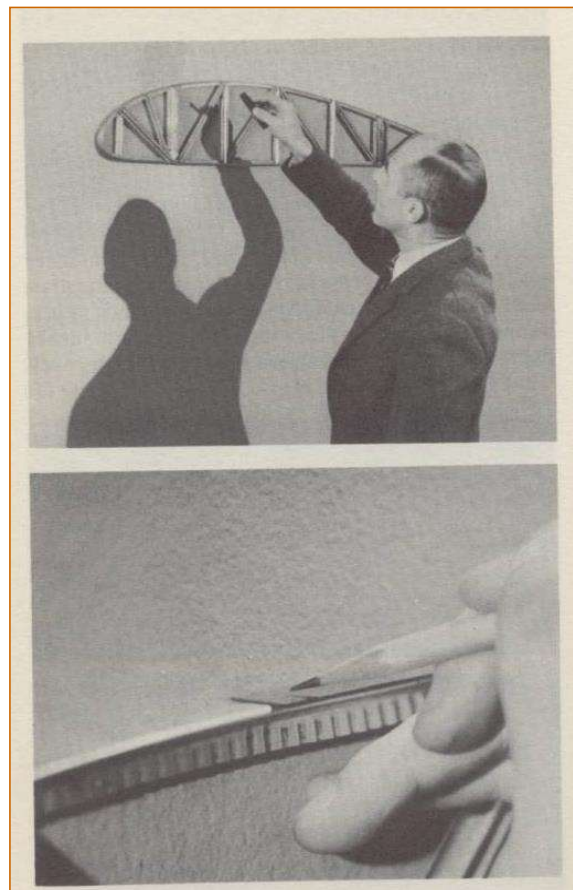
- 1904 Prandtl  
*Fluid Motion with Very Small Friction*  
2-D boundary layer equations
- 1908 Blasius  
*The Boundary Layers in Fluids with Little Friction*  
Solution for laminar, 0-pressure gradient flow
- 1921 von Karman  
**Integral form of boundary layer equations**
- 1924 Sir Horace Lamb  
*Hydrodynamics* ~ one paragraph on boundary layers
- 1932 Sir Horace Lamb  
*Hydrodynamics* ~ entire section on boundary layers



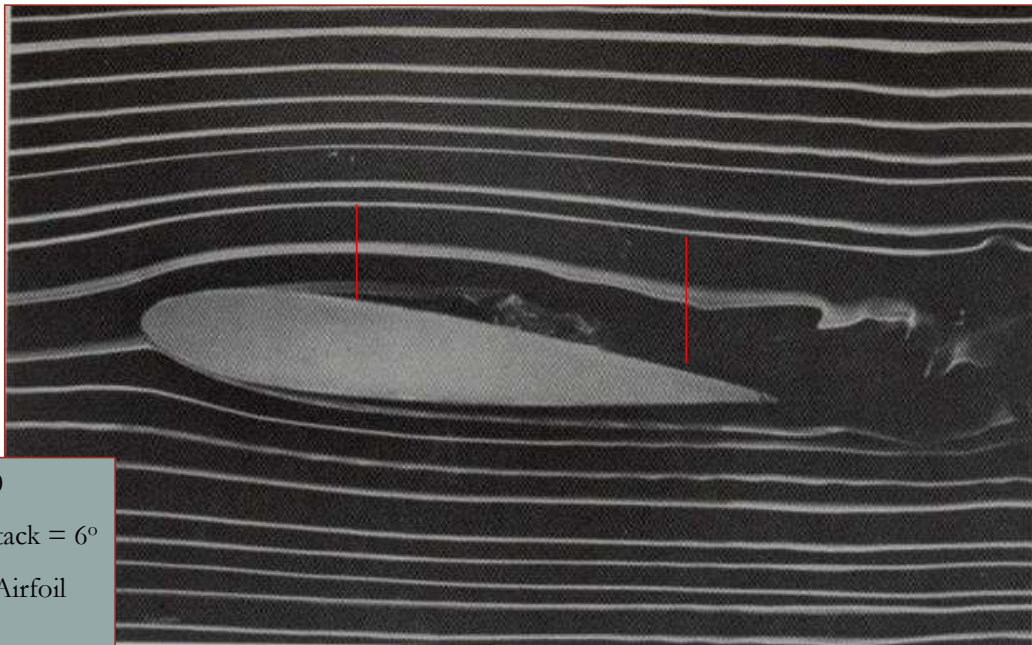
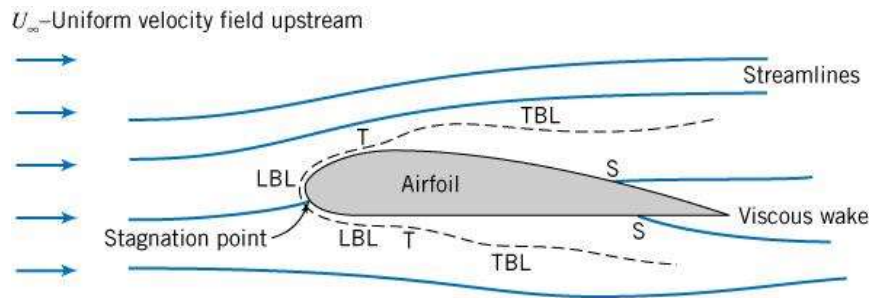
Theodore Von Karman

	INTERNAL	EXTERNAL
FULLY DEVELOPED?	CAN BE	NEVER
WAKE?	NEVER	USUALLY - PLATE IS EXCEPTION
THEORY LAMINAR	PIPES, DUCTS,..	FLAT PLATE & ZERO PRESSURE GRADIENT
GROWING BOUNDARY LAYER?	NOT WHEN FULLY DEVELOPED	ALWAYS
ADVERSE PRESSURE GRADIENT	PIPE/DUCT=N0 DIFFUSER=YES	PLATE=MAYBE BODIES=USUALLY
TURBULENT EXPERIMENT	PIPE (EXAMPLE) $u(r)/U_{c1} = (y/R)^{1/n}$	PLATE (EXAMPLE) $u(y)/U_o = (y/\delta)^{1/n}$

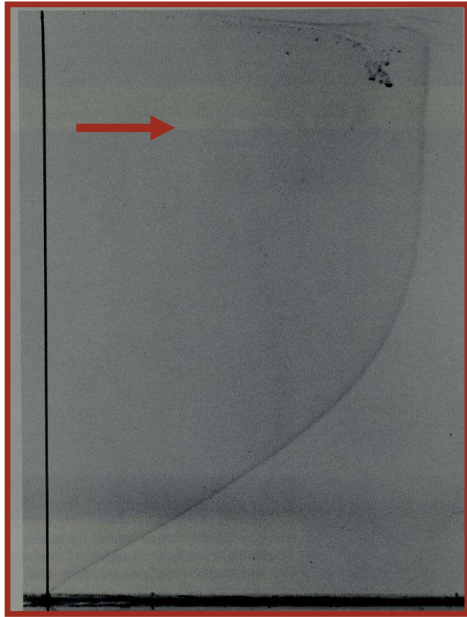
نکته: در شکل ها، ضخامت لایه مرزی بسیار زیاد در نظر گرفته می شود و در واقعیت، این ضخامت بسیار ناچیز و به سختی قابل مشاهده است.



صنعت هوایی مجبور به ساخت و توسعه پرچ های تخت شد.  
(دلیل)؟؟؟

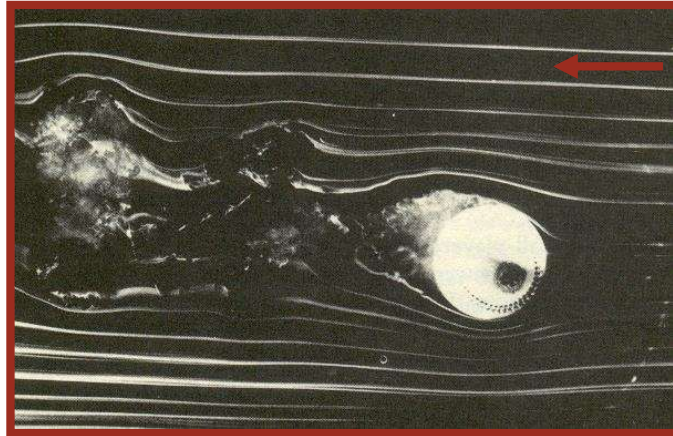


Re = 20,000  
Angle of attack =  $6^{\circ}$   
Symmetric Airfoil  
16% thick



### Flat Plate (no pressure gradient)

- ~ what is velocity profile?
- ~ wall shear stress/drag?
- ~ displacement of free stream?
- ~ laminar vs turbulent flow?

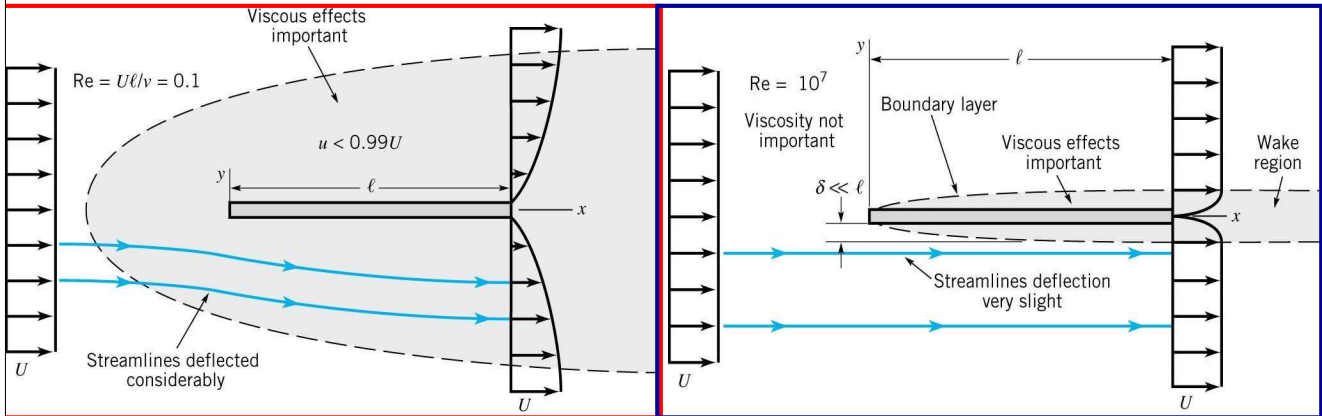


### Immersed Bodies

- ~ wall shear stress/drag?
- ~ lift?
- ~ minimize wake

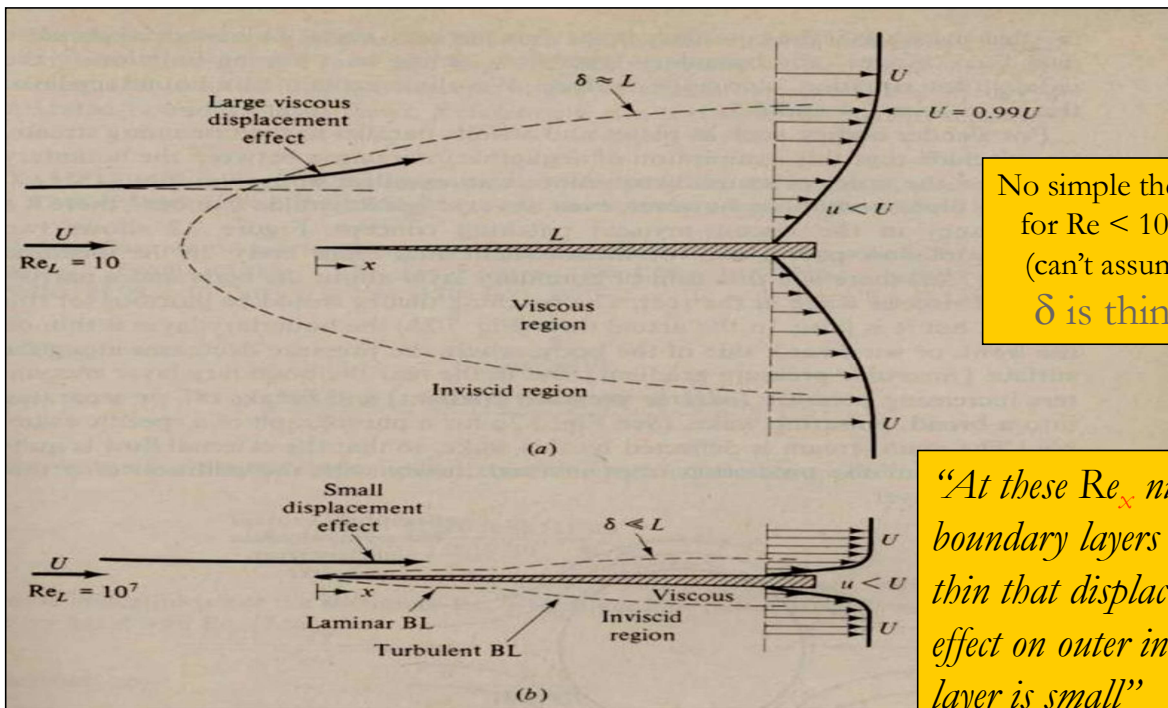
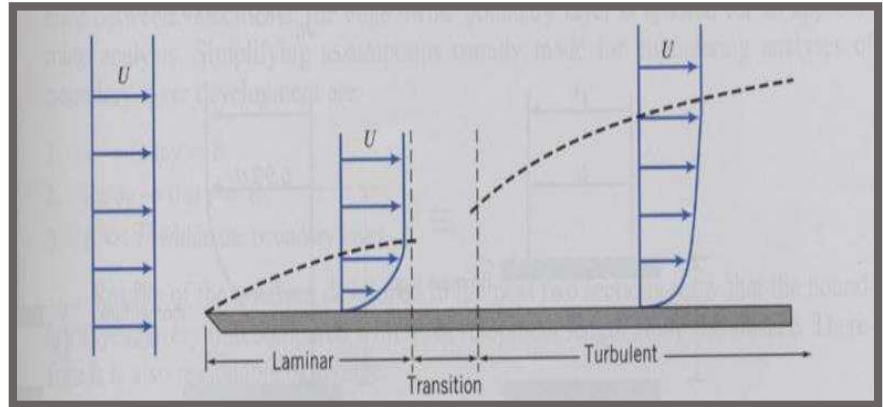
## صفحه صاف - گرادیان فشار صفر





Laminar Flow  
 $\delta/x \sim 5/Re_x^{1/2}$   
 THEORY

Turbulent Flow  
 $Re_{x \text{ transition}} > 500,000$   
 $u(y)/U_\infty = (y/\delta)^{1/7}$   
 $\delta/x \sim 0.382/Re_x^{1/5}$   
 EXPERIMENTAL



No simple theory for  $Re < 1000$ ;  
 (can't assume  $\delta$  is thin)

*"At these  $Re_x$  numbers, boundary layers are so thin that displacement effect on outer inviscid layer is small"*

$Re_x$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
$(\delta/x)_{\text{lam}}$	0.050	0.016	0.005		
$(\delta/x)_{\text{turb}}$			0.022	0.016	0.011

## صفحه صاف - گرادیان فشار صفر

outside  $\delta(x)$ ,  $U$  is constant so  $P$  is constant

$u(x,y)$  is not constant,  $\delta(x)$  is thin so  
assume  $P$  inside  $\delta(x)$  is impressed from the outside

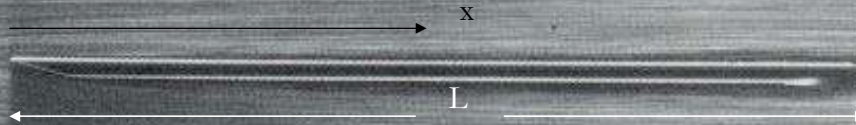
$Re_L = 10,000$  Visualization is by air bubbles see that boundary layer,  $\delta$ , is thin and that outer free stream is displaced,  $\delta^*$ , very little.

17

## صفحه صاف - گرادیان فشار صفر

$$Re_x = U_\infty x / \nu$$

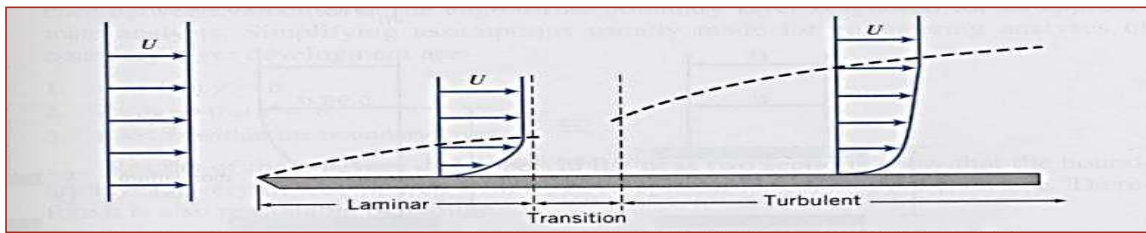
Assume  $Re_{x_{transition}} \sim 500,000$



$$Re_L = U_\infty L / \nu$$

$Re_L = 10,000$  Visualization is by air bubbles see that boundary layer,  $\delta$ , is thin and that outer free stream is displaced,  $\delta^*$ , very little.

18



Simplifying assumptions often made for engineering analysis of boundary layer flows

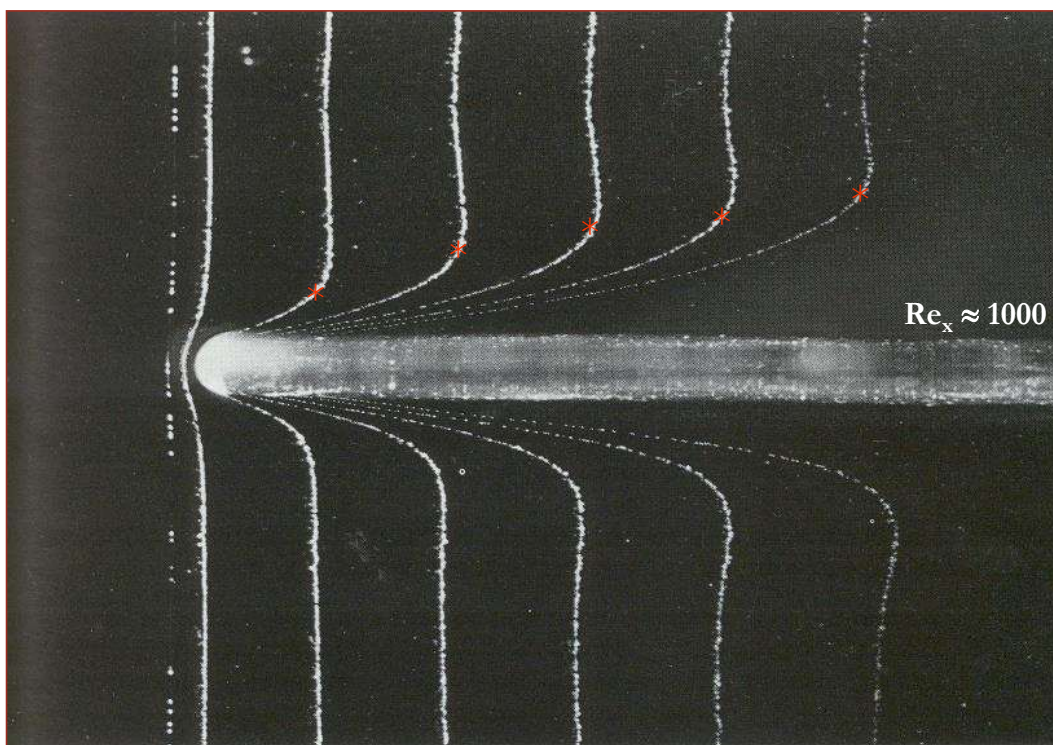
1.  $u \rightarrow U$  at  $y = \delta$
2.  $\partial u / \partial y \rightarrow 0$  at  $y = \delta$
3.  $v \ll U$  within the boundary layer

Results of the analyses developed in the next two sections show that the boundary layer is very thin compared with its development length along the surface. Therefore it is also reasonable to assume:

4. Pressure variation across the thin boundary layer is negligible. The freestream pressure distribution is *impressed* on the boundary layer.

19

Development of laminar boundary layer  
 (0.01% salt water, free stream velocity 0.6 cm/s, thickness of the plate 0.5 mm, hydrogen bubble method).



20

FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT:  $\delta(x)$

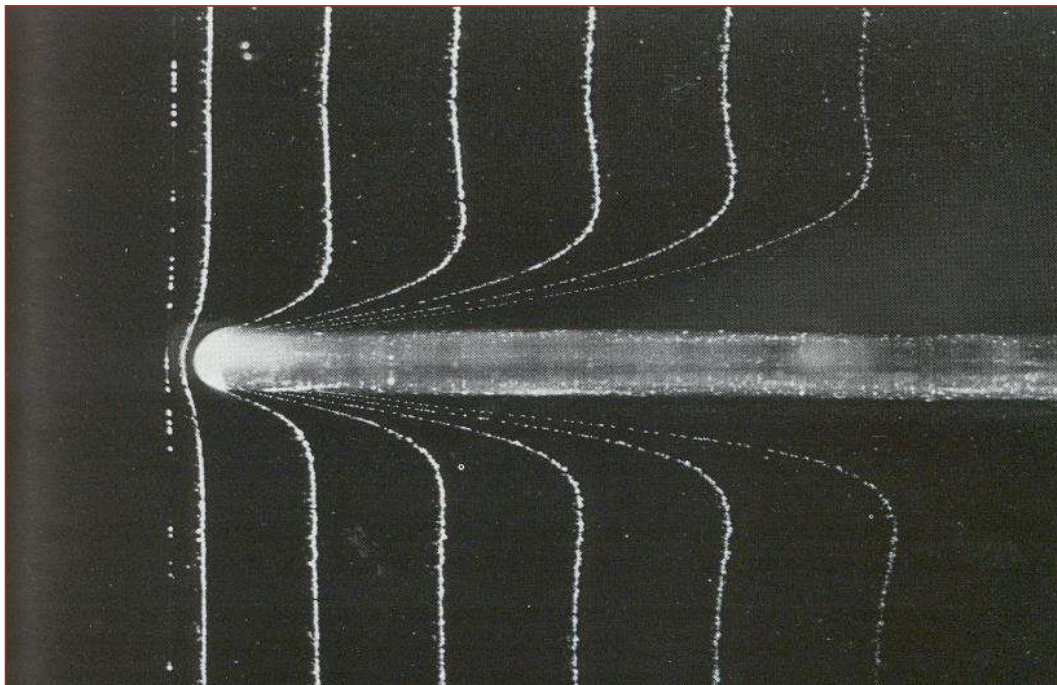


BOUNDARY OR DISTURBANCE LAYER

$\delta(x)$

$\delta^*$

$\theta$



BOUNDARY OR DISTURBANCE LAYER

# Boundary<sup>+</sup> Layer Thickness $\delta(x)$

## Definition:

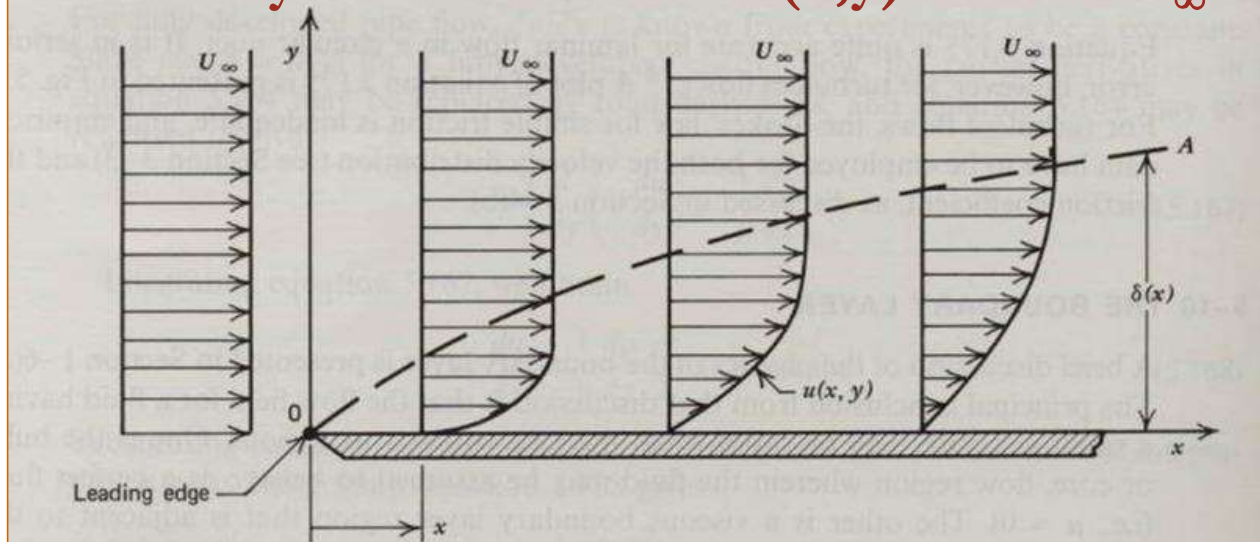
$$u(x, \delta) = 0.99 \text{ of } U = U_{\infty} = U_e$$

(within 1 % of  $U_{\infty}$ )

<sup>+</sup>Disturbance

23

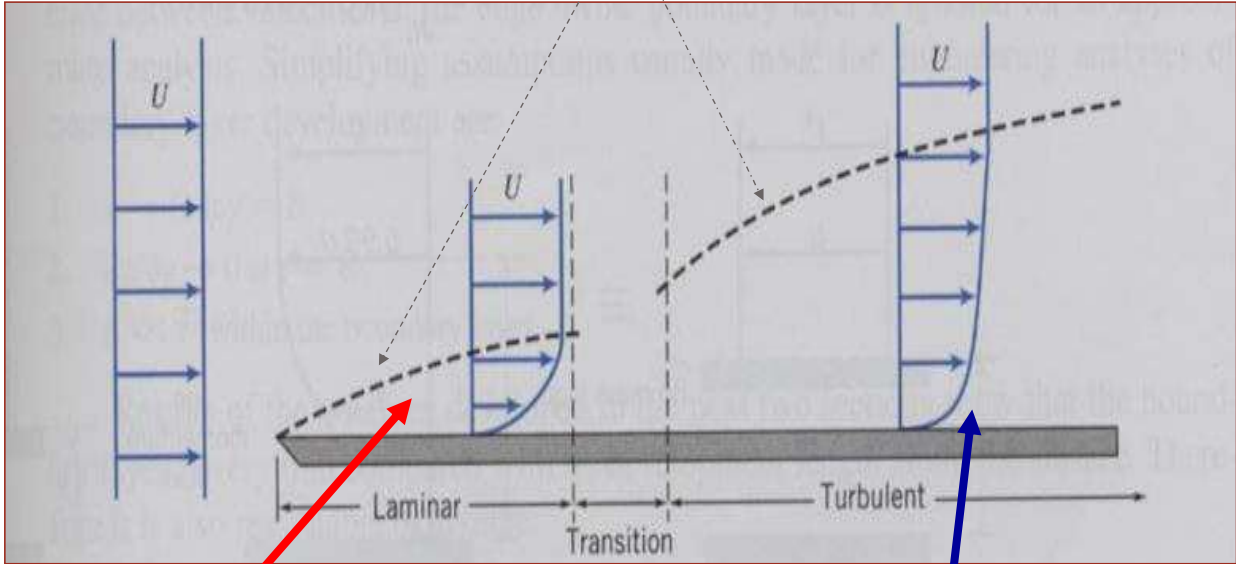
$\delta$  is at  $y$  location where  $u(x, y) = 0.99 U_{\infty}$



از آن جا که تغییرات سرعت ( $u$ ) در لایه مرزی به طور متناوب اتفاق می افتد،  
قطعیت کاملی در تعیین دقیق ضخامت لایه مرزی ( $\delta$ ) وجود ندارد.

24

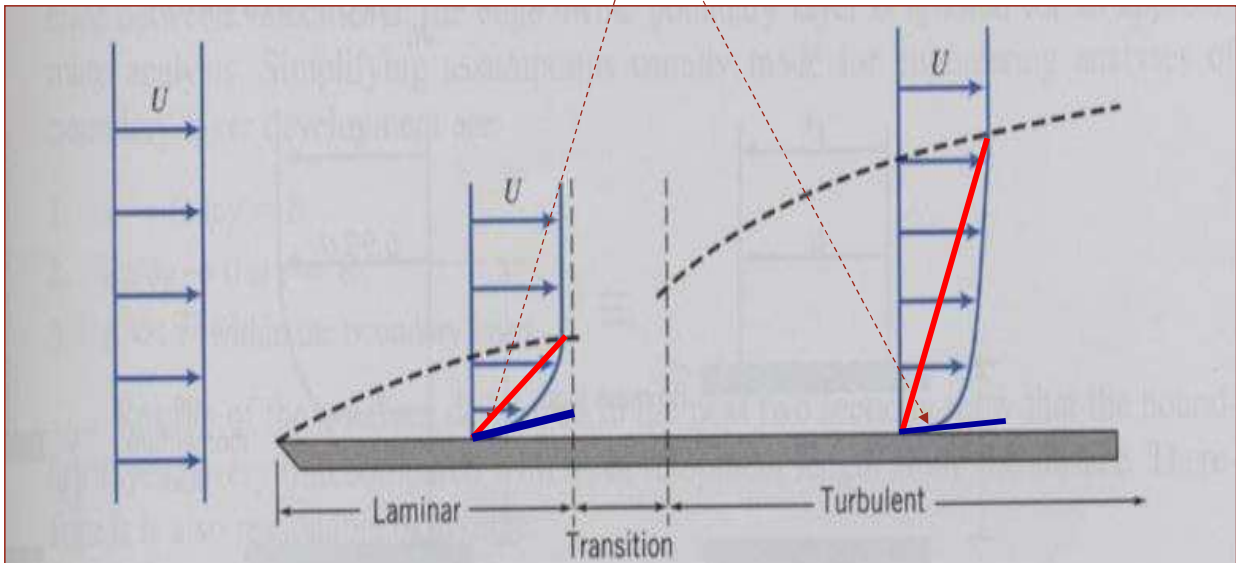
**NOTE: boundary layer is much thicker in turbulent flow.**



Blasius showed theoretically for laminar flow that  
 $\delta/x = 5/(Re_x)^{1/2}$  ( $Re_x = \rho U_\infty x / \mu$ )  
 $\delta \propto x^{1/2}$

Experimentally found\*  
 for turbulent flow that  
 $\delta \propto x^{4/5}$

**NOTE: velocity gradient at wall**  
 ( $\tau_w = \mu du/dy$ ) is significantly greater.



At same  $x$ :  $U/\delta_L > U/\delta_T$

At same  $x$ :  $\tau_{wL} < \tau_{wT}$

# Note, boundary layer is **not** a streamline!

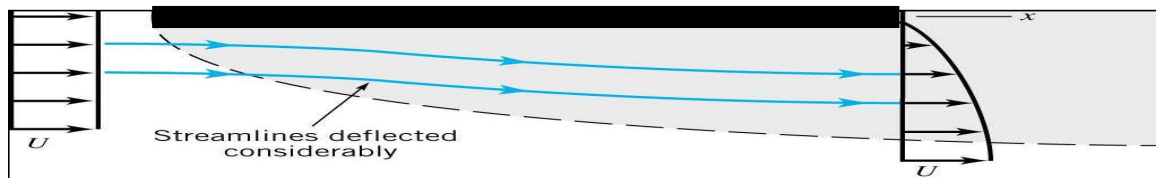
From theory (Blasius 1908, student of Prandtl):

$$\delta = 5x / (\text{Re}_x^{1/2}) = 5x / (U / [\nu x])^{1/2} = 5\nu^{1/2} x^{1/2} / U^{1/2}$$

$$d\delta/dx = 5 (\nu/U)^{1/2} (1/2) x^{-1/2} = 2.5 / (\text{Re}_x)^{1/2}$$

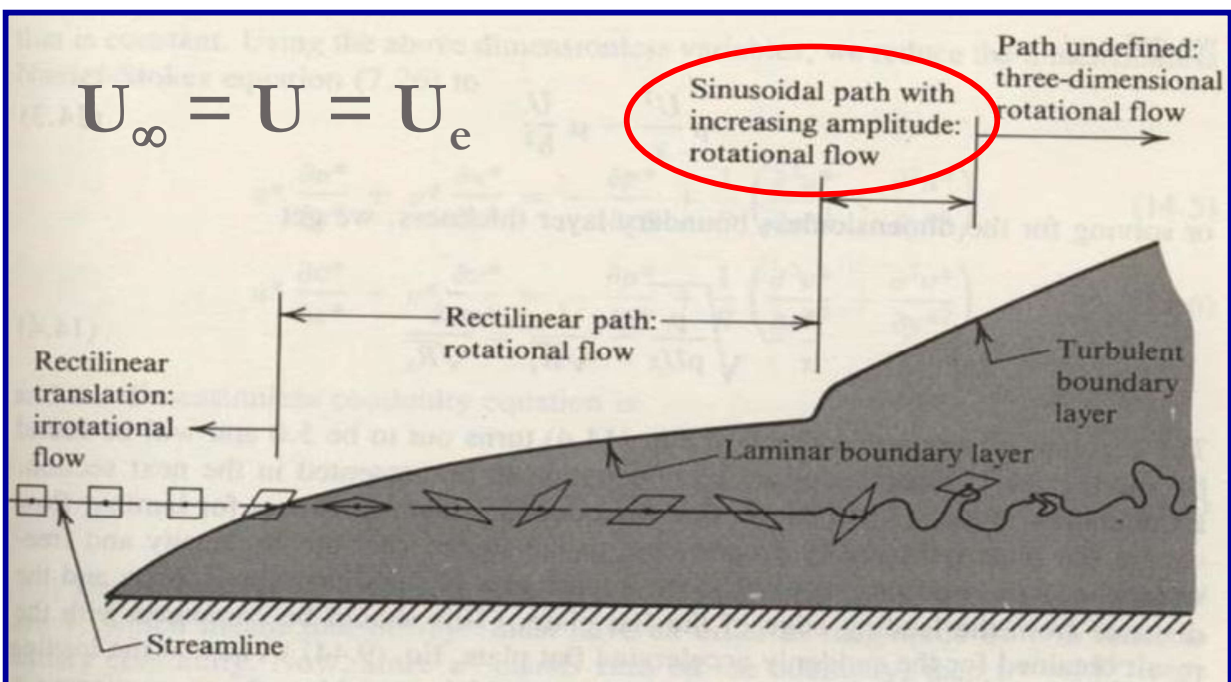
$$V/U = dy/dx \Big|_{\text{streamline}} = 0.84 / (\text{Re}_x^{1/2})$$

$dy/dx \Big|_{\text{streamline}} \neq d\delta/dx$  so  $\delta$  is **not** streamline



27

رفتار یک ذره سیال که در امتداد یک خط جریان در داخل لایه مرزی  
بر روی یک سطح صاف حرکت می کند.



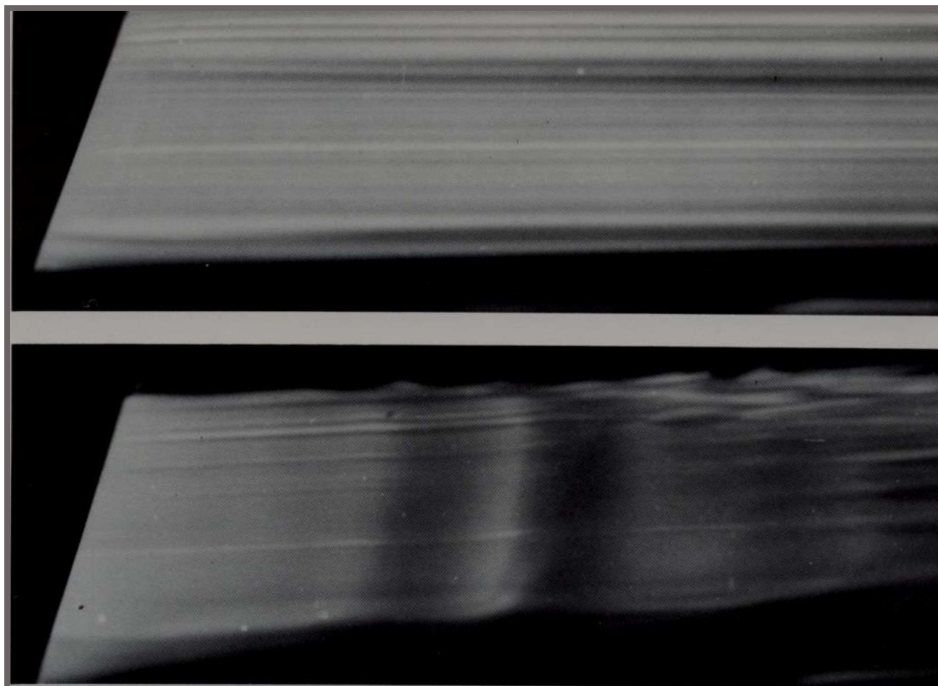
28

## گذار از حالت آرام به حالت آشفته



29

## گذار از حالت آرام به حالت آشفته

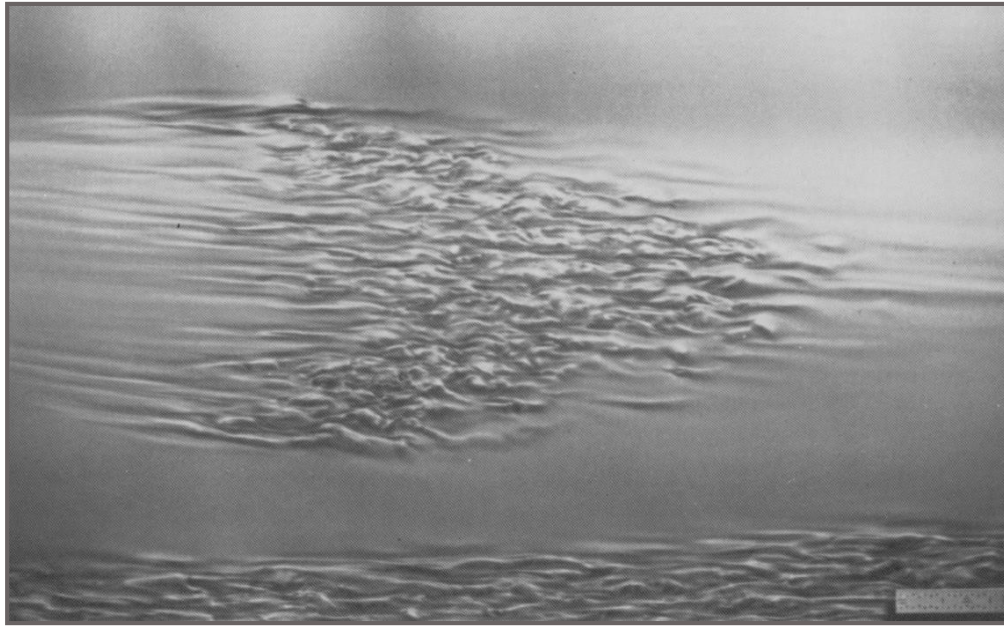


104. Instability of the boundary layer on a plate. At  $R=20,000$  based on length (upper photograph) the boundary layer is laminar over a flat plate aligned with the stream. At  $R=100,000$  (lower photograph) two-dimen-

sional Tollmien-Schlichting waves appear. They are made visible by colored fluid in water. ONERA photographs, Werlé 1980

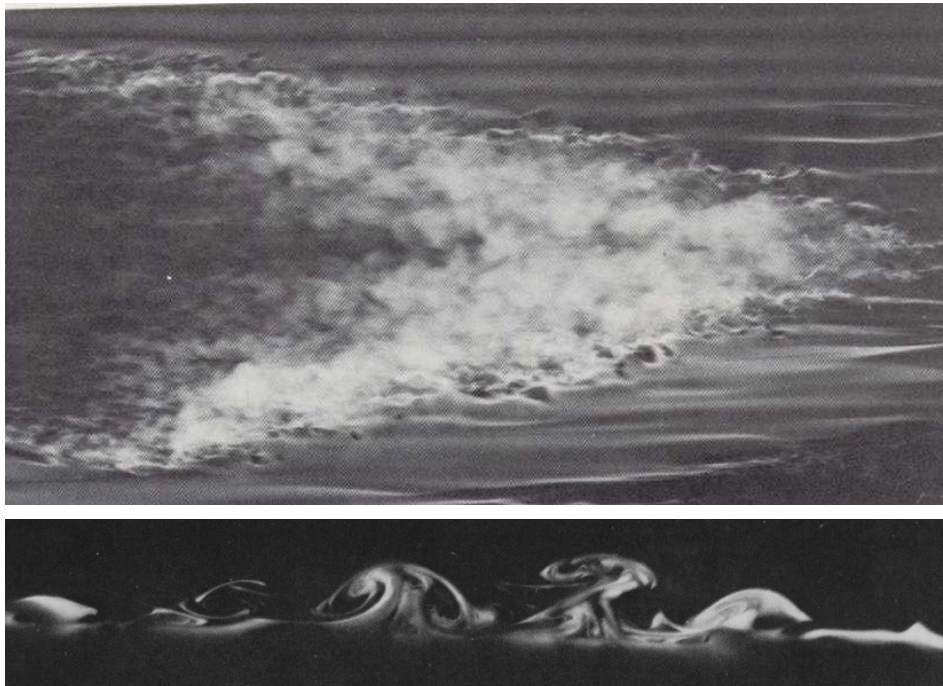
30

NOTE: Turbulence is **not** initiated at  $Re_{tr}$  all along the width of the plate



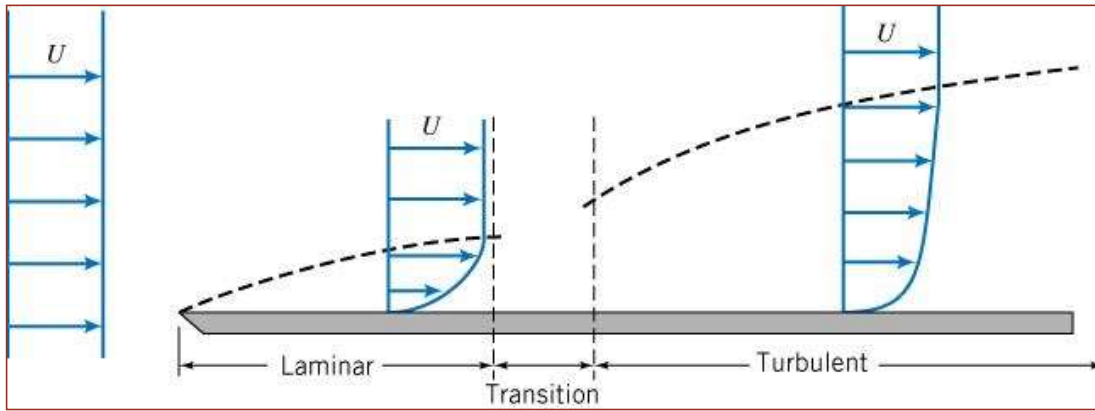
Emmons spot  $\sim Re_x = 200,000$   
Spots grow approximately linearly downstream at downstream speed that is a fraction of the free stream velocity.

31



Emmons spot,  $Re_x = 400,000$   
smoke in wind tunnel

32



$x=0$  →

Turbulent boundary layer is thicker and grows faster.

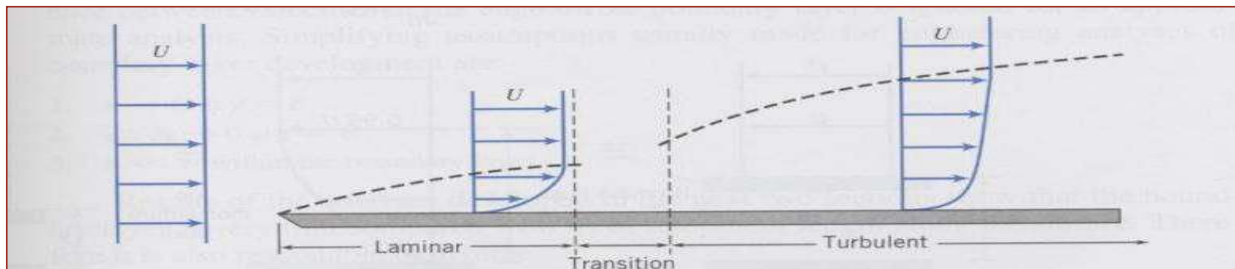
Transition **not fixed** but usually around  $Re_x \sim 500,000$

$$(2 \times 10^5 - 3 \times 10^6)$$

For air at standard conditions and  $U = 30 \text{ m/s}$ ,  $x_{tr} \sim 0.24 \text{ m}$

33

**Nevertheless: Treat transition as it happens all along  $Re_x = 500,000$**



Experimentally transition occurs around

$$Re_x \sim 5 \times 10^5$$

Water moving around  $4 \text{ m/s}$  past a ship, transitions after about  $0.14 \text{ m}$  from the bow, representing only about  $0.1 \%$  of total length of  $143 \text{ m}$  long ship.

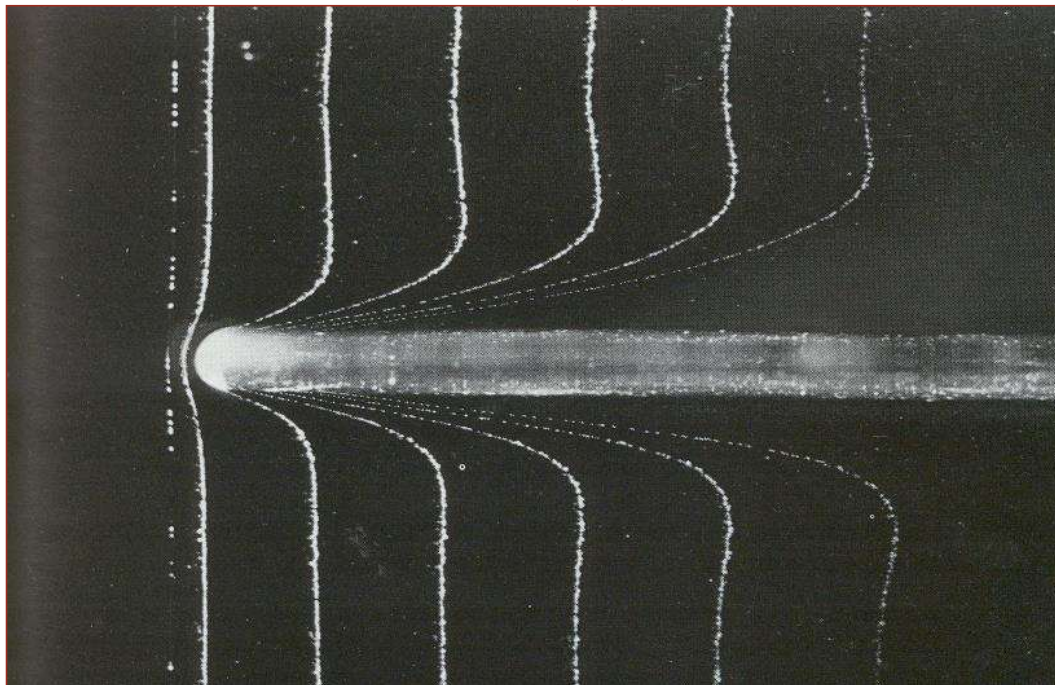
34

FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT:  $\delta^*(x)$



DISPLACEMENT THICKNESS

$\delta$        $\delta^*(x)$        $\theta$



Displacement Thickness

ضخامت جابجایی

# ضخامت جابجایی $\delta^*(x)$

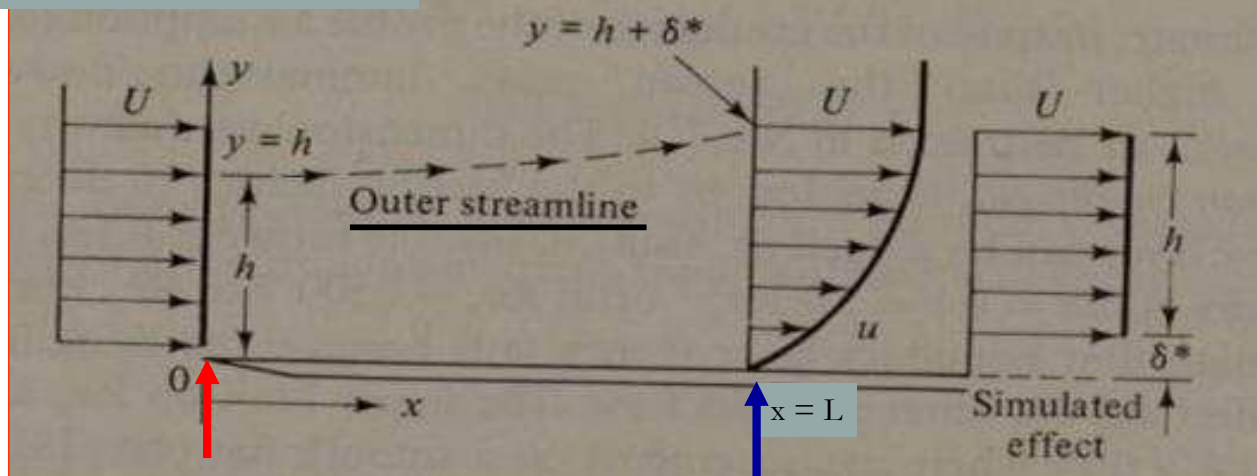
## Definition:

$$\delta^* = \int_0^{\infty} (1 - u/U) dy$$

$\delta^*$  همان مقدار جابجایی خط جریان خارجی به دلیل وجود لایه مرزی است

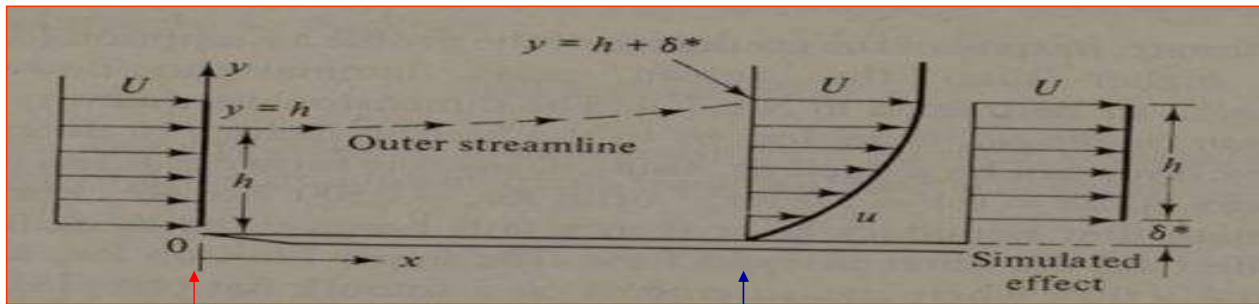
37

### Displacement thickness $\delta^*$



مطابق با شکل، خطوط جریان خارجی باید به اندازه  $\delta^*$  در جهت رو به بیرون منحرف شوند تا پایداری جرم بین ورودی و خروجی برقرار باشد. به عبارت دیگر، جرم عبوری از  $x=0$  تا  $h$  باید با جرم عبوری از  $x=L$  تا  $h+\delta^*$  برابر باشد.

38



$$\rho U h = \int_0^{h+\delta^*} \rho u dy = \int_0^{h+\delta^*} \rho (\underline{U} + u - \underline{U}) dy$$

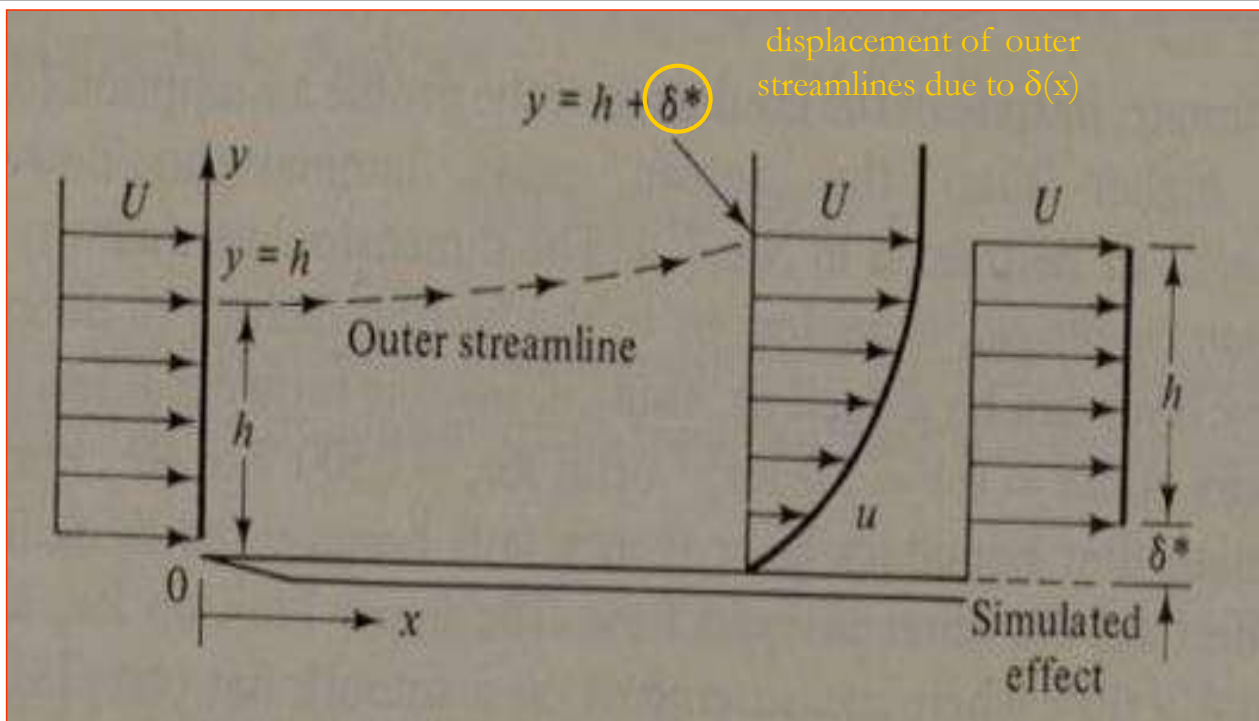
$$U h = \int_0^{h+\delta^*} U dy + \int_0^{h+\delta^*} (u - U) dy$$

$$U h = U(h + \delta^*) + \int_0^{h+\delta^*} (u - U) dy$$

$$-U \delta^* = \int_0^{h+\delta^*} (u - U) dy$$

$$\delta^* = \int_0^{h+\delta^*} (-u/U + 1) dy \approx \int_0^\infty (1 - u/U) dy$$

39



$$\delta^* \approx \int_0^\infty (1 - u/U) dy \approx \int_0^\delta (1 - u/U) dy$$

function of  $x$ !

40

# ضخامت جابجایی $\delta^*$

**Definition:**  $\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/U) dy$

$$\rho U \delta^* w = \int_0^\infty \rho (U - u) dy w \approx \int_0^\delta \rho (U - u) dy w$$

the deficit in mass flux through area  $\delta w$  due to the presence of the boundary layer.

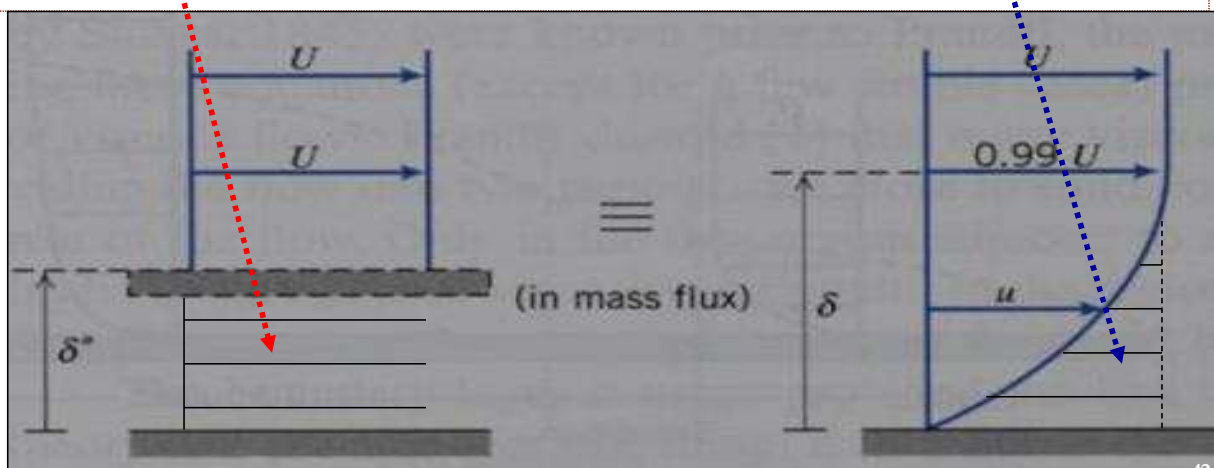
=

mass flux passing through an area  $[\delta^* w]$  in the absence of a boundary layer

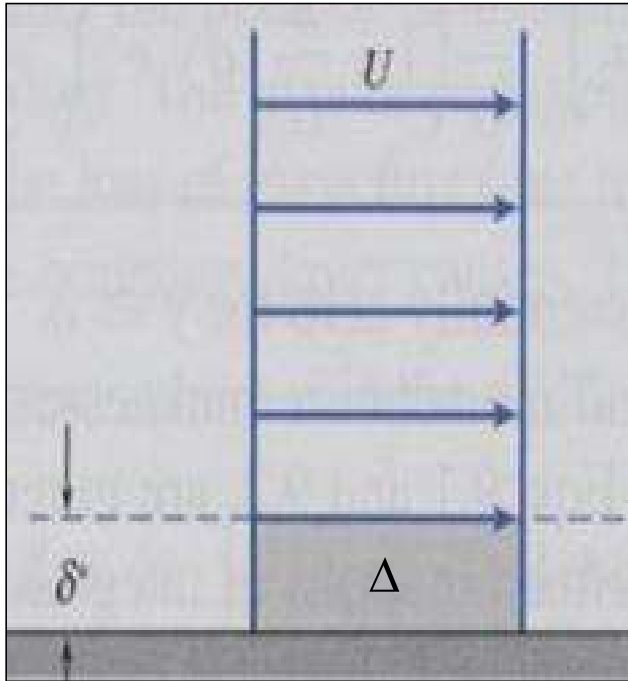
# ضخامت جابجایی $\delta^*$

**Definition:**  $\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/U) dy$

$$\rho U \delta^* = \int_0^\infty \rho (U - u) dy \approx \int_0^\delta \rho (U - u[y]) dy$$



## مثال ضخامت جابجایی $\delta^*$



با در نظر گرفتن یک توزیع  
سرعت مشخص

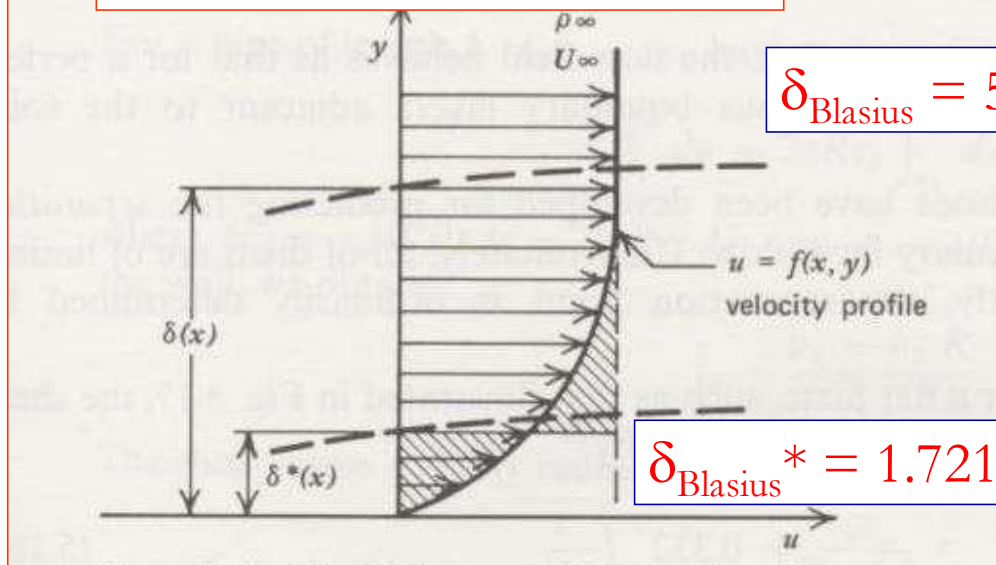
$$u = 0 \text{ from } y = 0 \text{ to } \Delta$$

$$u = U_e \text{ for } y > \Delta.$$

نشان دهید  $\delta^* = \Delta$

43

## *Laminar* flow on flat plate in uniform free stream



$$\delta_{\text{Blasius}} = 5x / (\text{Re}_x^{1/2})$$

$$\delta_{\text{Blasius}}^* = 1.721x / (\text{Re}_x)^{1/2}$$

$$\delta^*(x) \sim 1/3 \delta(x)$$

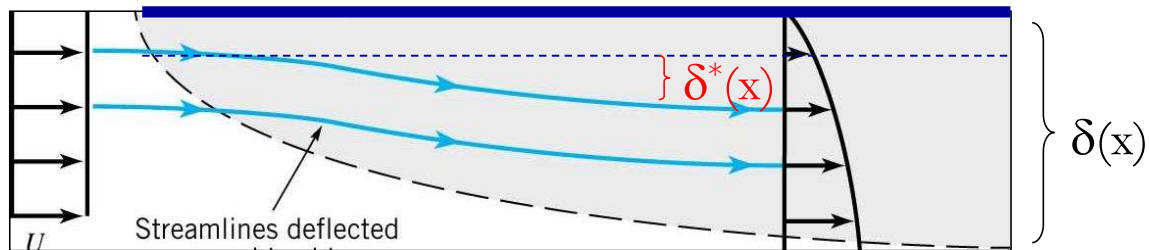
$\delta^*$ : فاصله ای که یک جریان غیرویسکوز معادل از یک سطح جامد فاصله می گیرد  
(ناشی از سرعت پایین حرکت سیال در لایه مرزی در جریان واقعی)

44

# Displacement Thickness $\delta^*$

**Definition:**  $\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/U_\infty) dy$

From the point of view of the flow outside the boundary layer,  $\delta^*$  can be interpreted as the distance that the presence of the boundary layer appears to “displace” the flow outward (hence its name). To the external flow, this streamline displacement also looks like a slight thickening of the body shape.

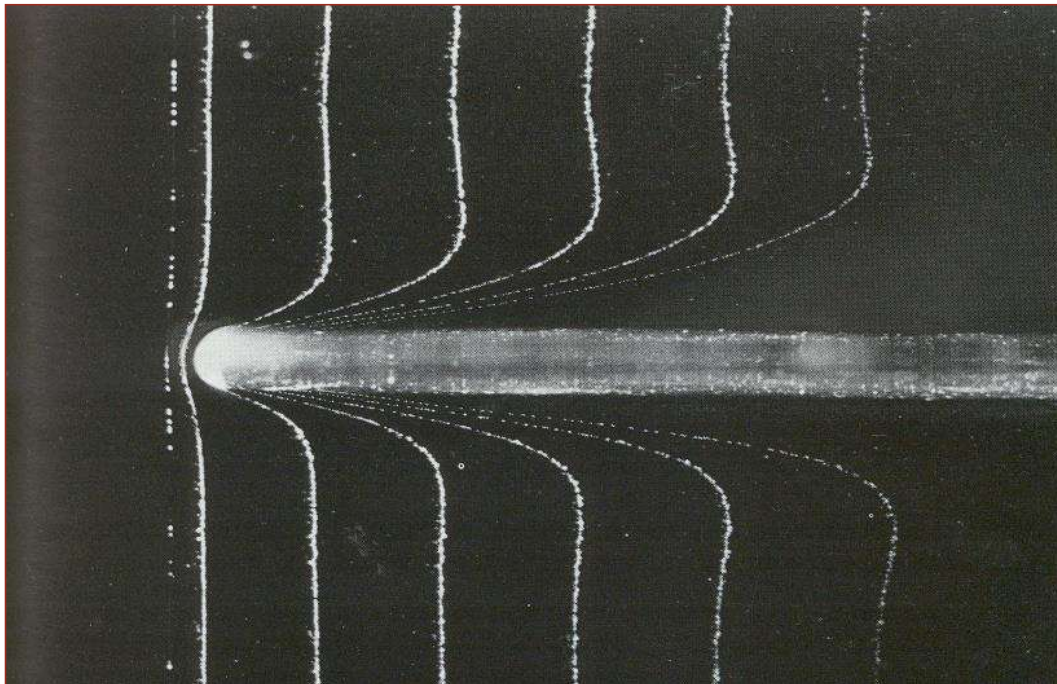


در این تصویر،  $\delta$  و  $\delta^*$  به میزان زیادی بزرگ نشان داده شده اند.

45

## EXAMPLE

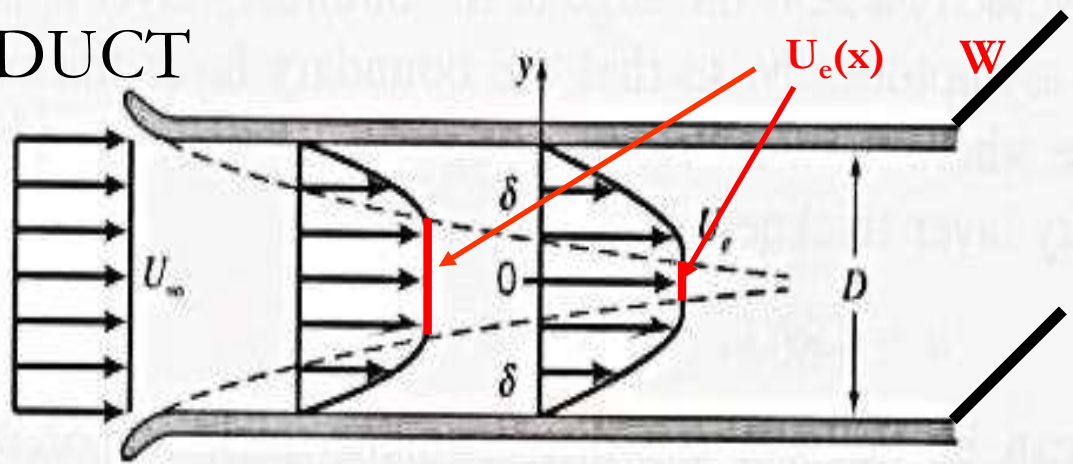
$\delta$        $\delta^*(x)$        $\theta$



46

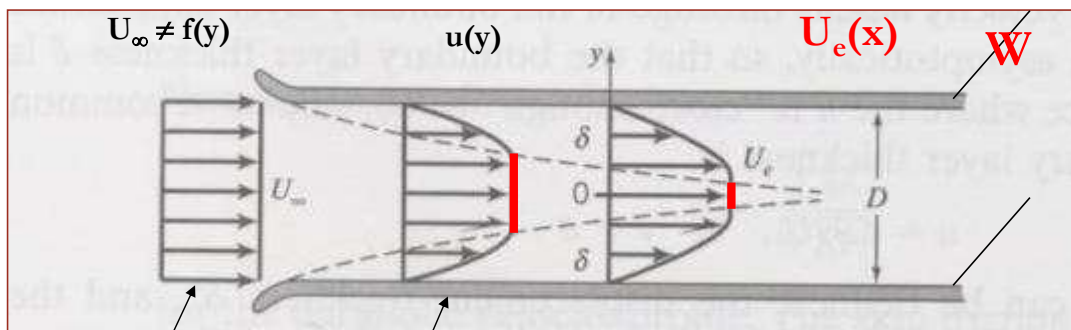
# PROBLEM: Find $U_e$ as a function of $U_\infty$ , $D$ and $\delta^*$

2-D DUCT



$$U_e(x) = ?$$

47



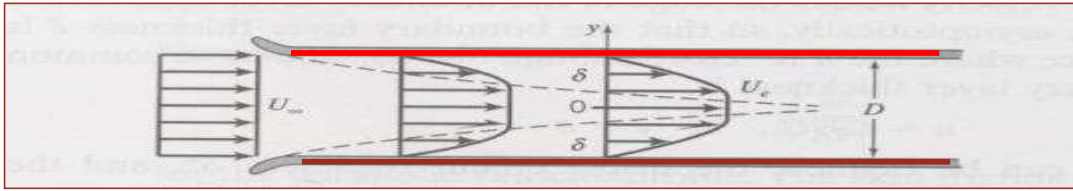
Continuity equation (per W):

$$\rho \{ U_\infty D = \int_{-D/2}^{D/2} u dy + \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy \}$$

$$U_\infty D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - \left\{ \int_{-D/2}^{D/2} (U_e - u) dy \right\}$$

48

## INLET OF DUCT



Continuity equation (per W):

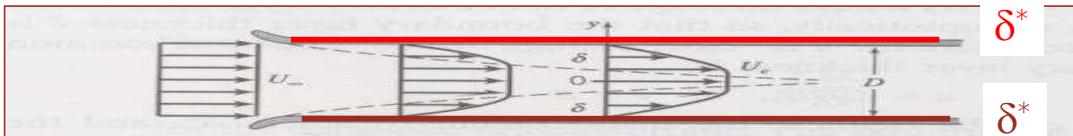
$$U_{\infty}D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - \left\{ \int_{-D/2}^{-D/2+\delta} (U_e - u) dy + \int_{D/2-\delta}^{D/2} (U_e - u) dy \right\}$$

$$U_{\infty}D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - \left\{ \int_{(-D/2)}^{(-D/2+\delta)} (U_e - u) dy + \int_{(D/2-\delta)}^{(D/2)} (U_e - u) dy \right\}$$

از این فرض استفاده شده است که خارج از لایه مرزی،  $u = U_e$  بوده  
و این  $U_e$  تابعی از  $x$  است و نه  $y$

49

## INLET OF DUCT



Continuity equation (per W):

$$U_{\infty}D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - \left\{ \int_{(-D/2)}^{(-D/2+\delta)} (U_e - u) dy + \int_{(D/2-\delta)}^{(D/2)} (U_e - u) dy \right\}$$

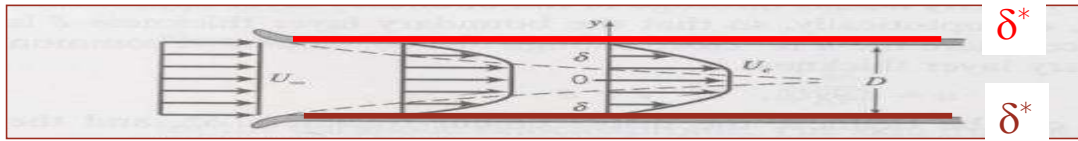
$$U_{\infty}D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - U_e \left\{ \int_{(-D/2)}^{(-D/2+\delta)} (1 - u/U_e) dy \right\} - U_e \left\{ \int_{(D/2-\delta)}^{(D/2)} (1 - u/U_e) dy \right\}$$

As we already know:

$$\delta^* = \int_0^{\infty} (1 - u/U_e) dy \approx \int_0^{\delta} (1 - u/U_e) dy$$

50

## INLET OF DUCT



Continuity equation (per W):

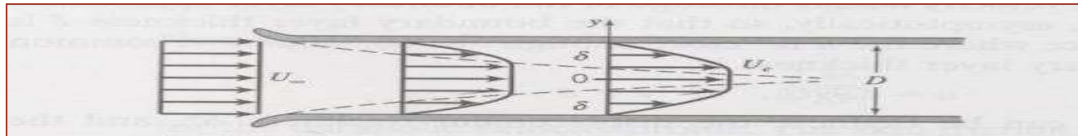
$$U_{\infty} D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e dy - U_e \left\{ \int_{(-D/2)}^{(-D/2+\delta)} (1-u/U_e) dy + \int_{(D/2-\delta)}^{D/2} (1-u/U_e) dy \right\}$$

$$- \{ \delta^* \} + \delta^*$$

$$U_{\infty} D = U_e D - 2U_e \delta^* = U_e [D - 2\delta^*]$$

$$U_e(x) = U_{\infty} D / [D - 2\delta^*(x)]$$

51



*from* Continuity Equation

$$U_{\infty} D = U_e [D - 2\delta^*]$$

مشاهده می شود که سرعت جریان آزاد در یک کانال به کمک میزان کاهش موثر در سطح مقطع این جریان (ناشی از رشد لایه های مرزی) تعیین می شود و این کاهش در سطح مقطع به کمک ضخامت جابجایی اندازه گیری می شود.

52

# نیروی پسا (Drag) و نیروی برآ (Lift)



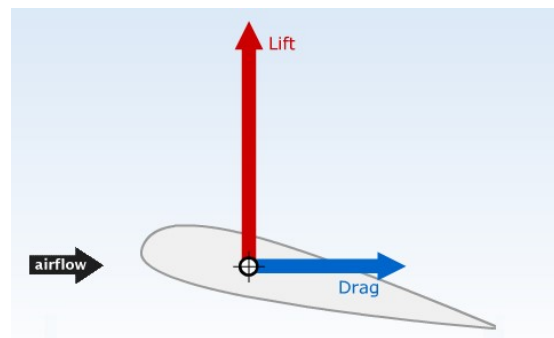
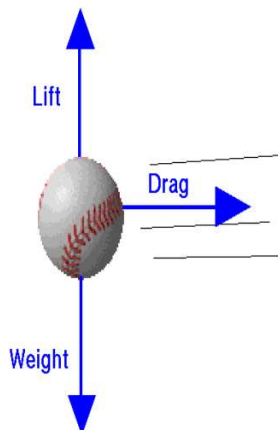
جدایش

جریان از روی کره و استوانه



## نیروی درگ و نیروی لیفت

- هنگامی که یک جسم درون یک سیال قرار می گیرد، در صورتی که جسم، سیال (یا هر دو) سرعت داشته باشند از سوی سیال به جسم نیرویی وارد می شود.
- این نیرو دارای دو مولفه تنشی و فشاری است.
- برآیند این نیروی وارد شده بر جسم در جهت جریان را نیروی پسا (درگ) و برآیند نیرو عمود بر جهت جریان را نیروی برآ (لیفت) می نامند.



## نیروی درگ

- نیروی درگ یک نیروی مقاوم در برابر حرکت جسم محسوب می شود. این نیرو باعث کند شدن حرکت جسم در سیال می شود (مانند مقاومت هوا).
- نیروی درگ تابعی از سرعت حرکت جسم در سیال، اندازه و شکل جسم و نوع سیالی است که جسم در آن حرکت می کند. به عنوان مثال برای یک کره معلق در سیال:

$$F_D = f_1(d, V, \mu, \rho)$$

- با اعمال آنالیز ابعادی:

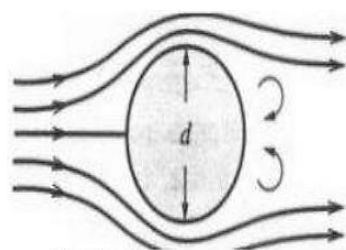
$$\frac{F_D}{\rho V^2 d^2} = f_2\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right) \quad \frac{F_D}{\rho V^2 A} = f_3\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right) = f_3(Re)$$

- ضریب درگ به شکل زیر تعریف می شود (برای سیال تراکم ناپذیر):

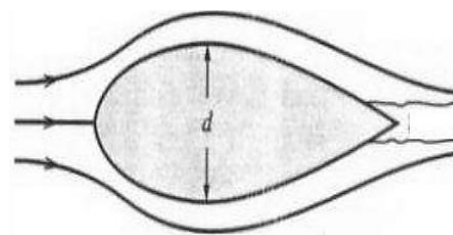
$$C_D \equiv \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A}$$

55

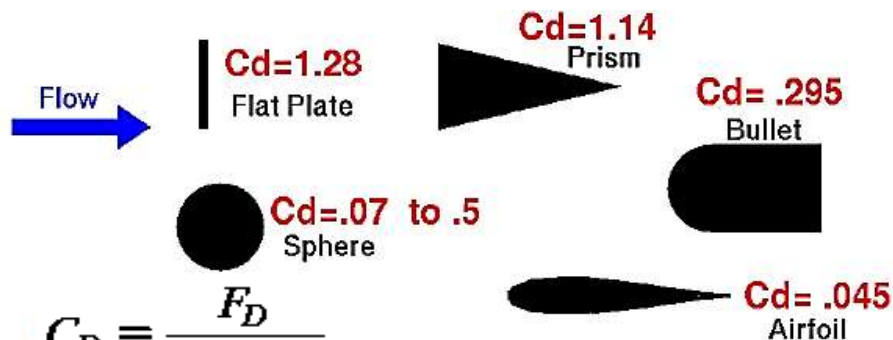
## اهمیت شکل



Blunt body



Streamlined body



$$C_D \equiv \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A}$$

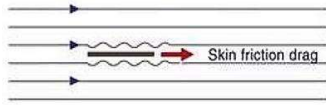
A = frontal area

All objects have the same frontal area.

56

## نیروی درگ اصطکاکی (Friction Drag)

این نیرو به دلیل تنش بر روی سطح ایجاد شده و مقدار آن برای اجسام باریک اهمیت بیشتری دارد.



$$F_D = \int_{\text{plate surface}} \tau_w dA$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = \frac{\int_{PS} \tau_w dA}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

$$C_D = \frac{1.33}{\sqrt{Re_L}}$$

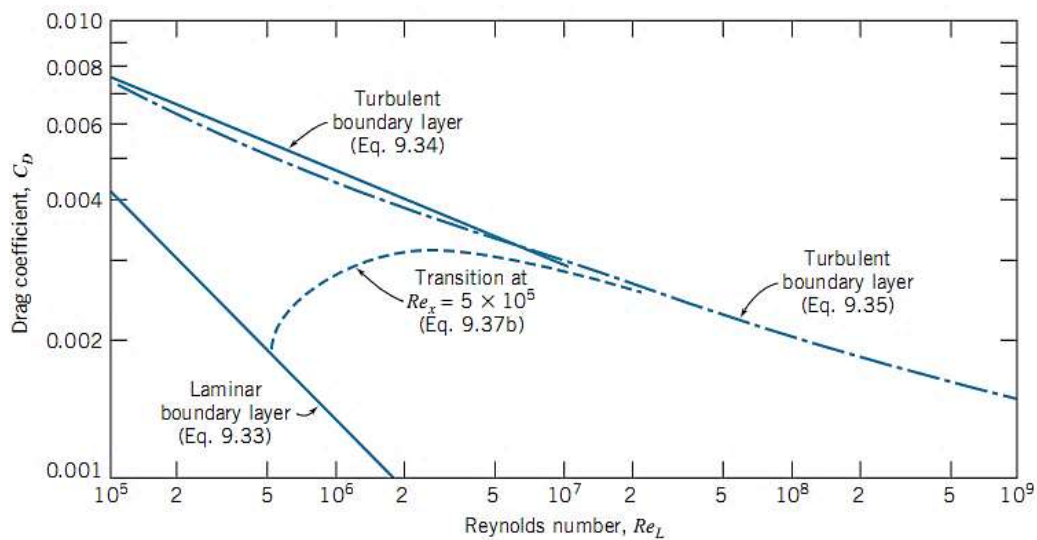
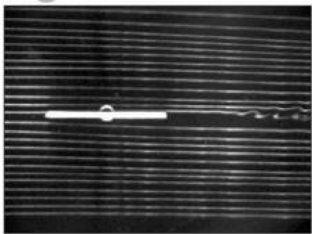
برای جریان آرام بر روی یک صفحه

$$C_D = \frac{0.0742}{Re_L^{1/5}}$$

و برای جریان درهم ( $5 \times 10^5 < Re < 10^7$ )

57

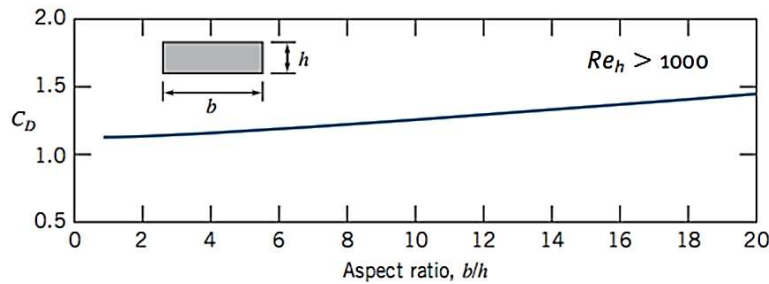
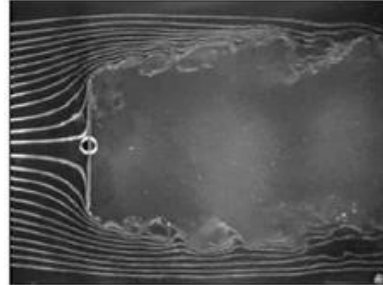
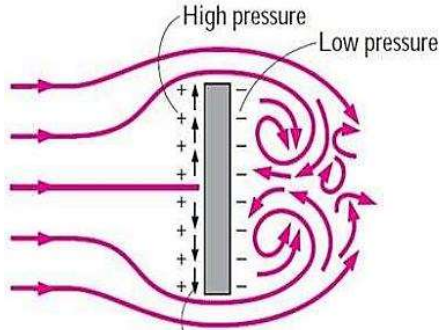
## نیروی درگ اصطکاکی (Friction Drag)



58

## نیروی درگ فشاری (Pressure Drag)

این نیرو در حالتی ایجاد می گردد که به دلیل شکل جسم (کروی، استوانه ای، صفحه عمود بر جریان و ...)، سیال به موازات سطح جریان نداشته و جهت آن تغییر کند. در این حالت، علاوه بر درگ اصطکاکی، نیروی درگ فشاری هم وجود خواهد داشت.



59

## نیروی درگ فشاری (Pressure Drag)

Drag Coefficient Data for Selected Objects ( $Re \approx 10^3$ )<sup>a</sup>

Object	Diagram	$C_D(Re \approx 10^3)$
Square prism		$b/h = \infty$ : 2.05 $b/h = 1$ : 1.05
Disk		1.17
Ring		1.20 <sup>b</sup>
Hemisphere (open end facing flow)		1.42
Hemisphere (open end facing downstream)		0.38
C-section (open side facing flow)		2.30
C-section (open side facing downstream)		1.20

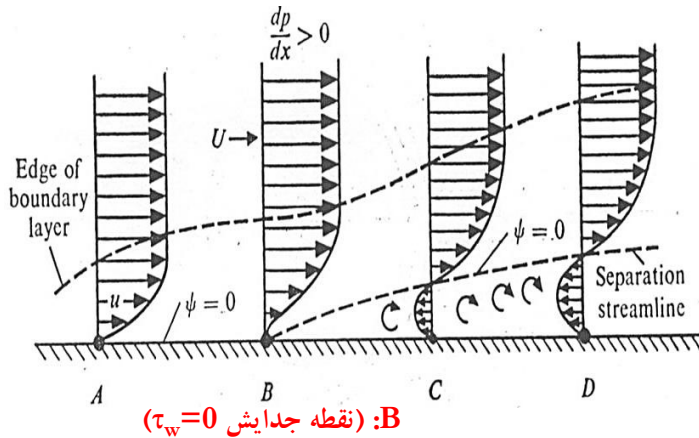
<sup>a</sup>Data from Hoerner [16].

<sup>b</sup>Based on ring area.

60

## جدایش

- در جریان هایی که تاکنون بررسی شد، گرادیان فشار را صفر در نظر گرفته و فقط اثرات لزجت و اینرسی مهم بودند.
- در صورتی که فشار در جهت جریان کم شود ( $\frac{dP}{dx} < 0$ )، گرادیان فشار مطلوب خواهد بود.
- در صورتی که فشار در جهت جریان افزایش پیدا کند ( $\frac{dP}{dx} > 0$ ) یا گرادیان فشار معکوس، علاوه بر نیروی اصطکاک، نیروی فشاری هم در برابر حرکت سیال مقاومت می کند.

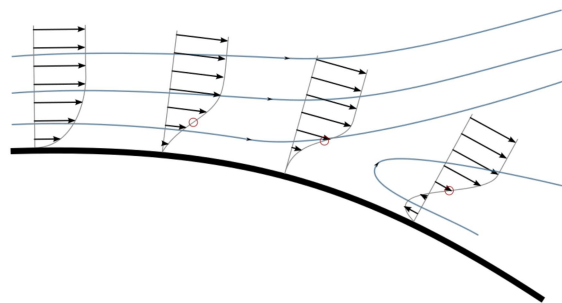


- در این حالت، ممکن است سرعت سیال معکوس شده و لایه مرزی از مرز جدا شود.
- به این پدیده، «جدایش» گفته می شود.

61

## جدایش

- در اثر جدایش، نیروی درگ افزایش و نیروی لیفت کاهش می یابد.

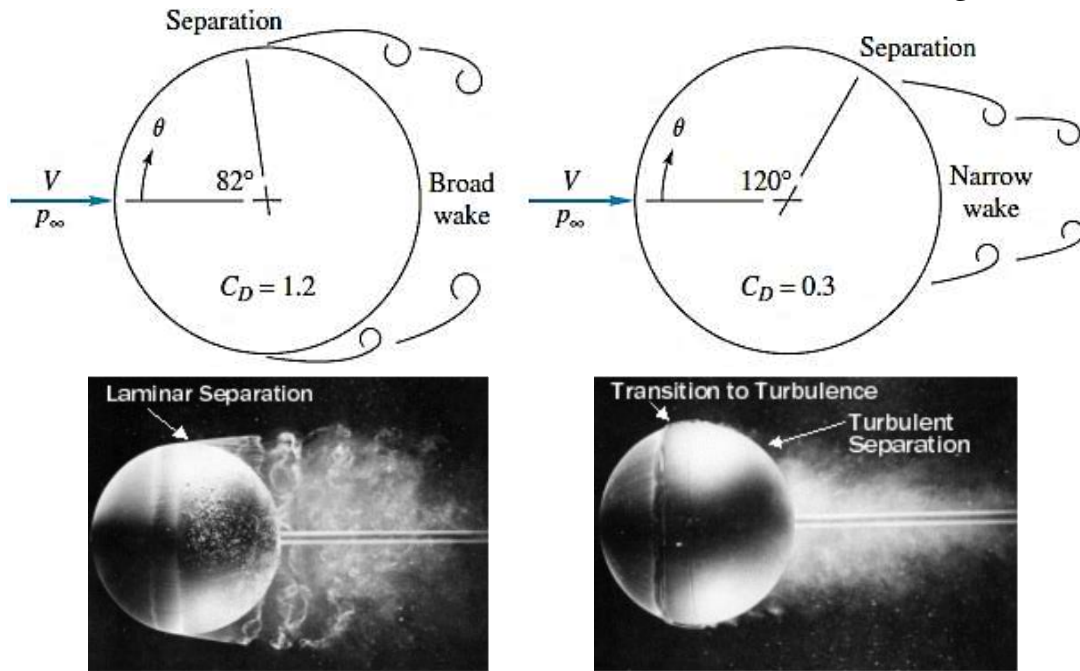


- جدایش جریان از سطح در شرایط هندسی و گرادیان فشار یکسان، در جریان درهم دیرتر از جریان آرام اتفاق می افتد.
- وجود گرادیان فشار مثبت ( $\frac{dP}{dx} > 0$ ) شرط لازم برای جدایش است، اما شرط کافی نیست.
- تئوری لایه مرزی تنها تا نقطه جدایش معتبر بوده و پس از آن قابل استفاده نیست.

62

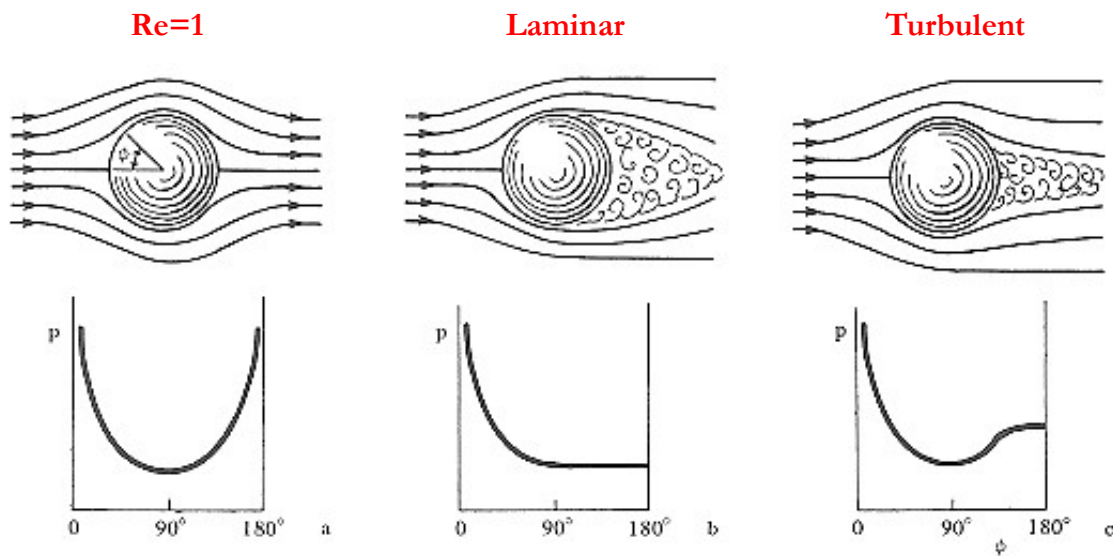
## جریان خارجی بر روی یک کره

در بخش قبل اشاره شد که به دلیل شکل کره، نیروی درگ اصطکاکی و فشاری بر آن اعمال می شود.



63

## جریان خارجی بر روی یک کره

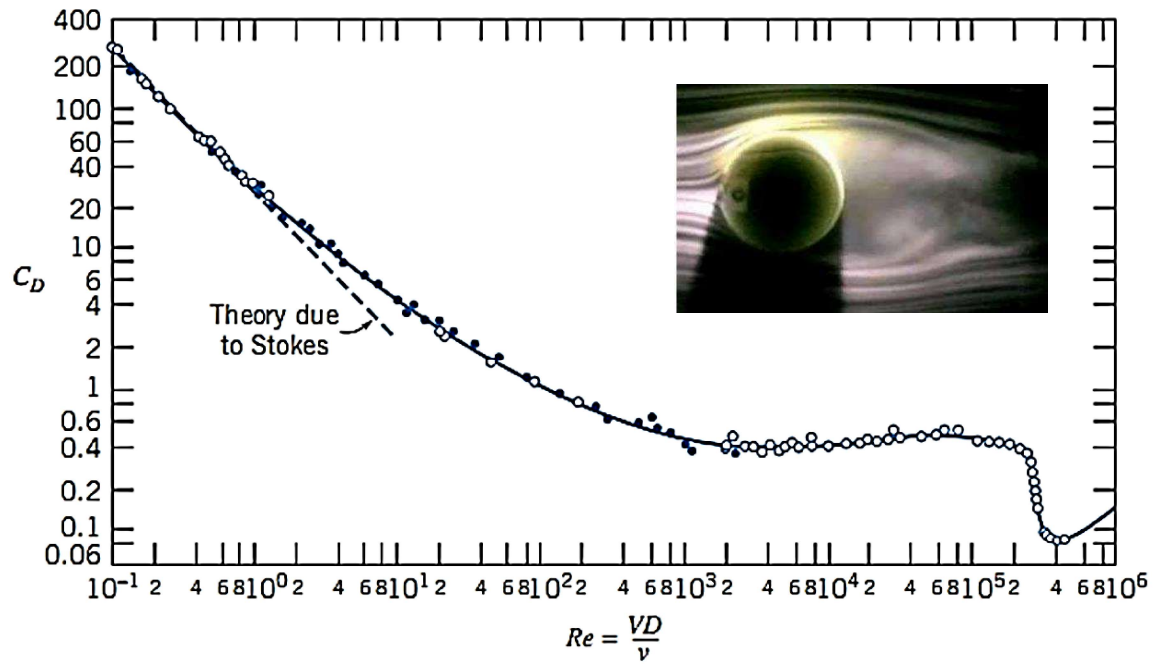


$$F_D = 3\pi\mu Vd$$

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

64

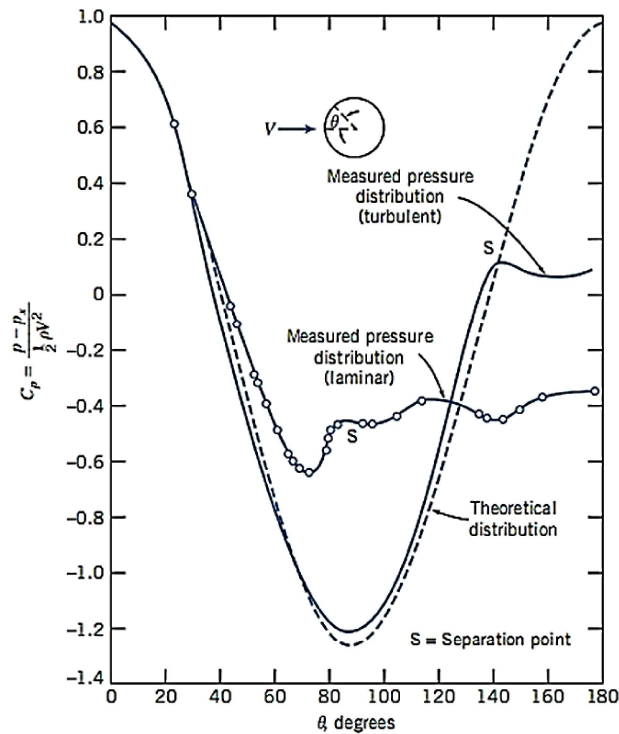
## جریان خارجی بر روی یک کره



Drag coefficient of a smooth sphere as a function of Reynolds number

65

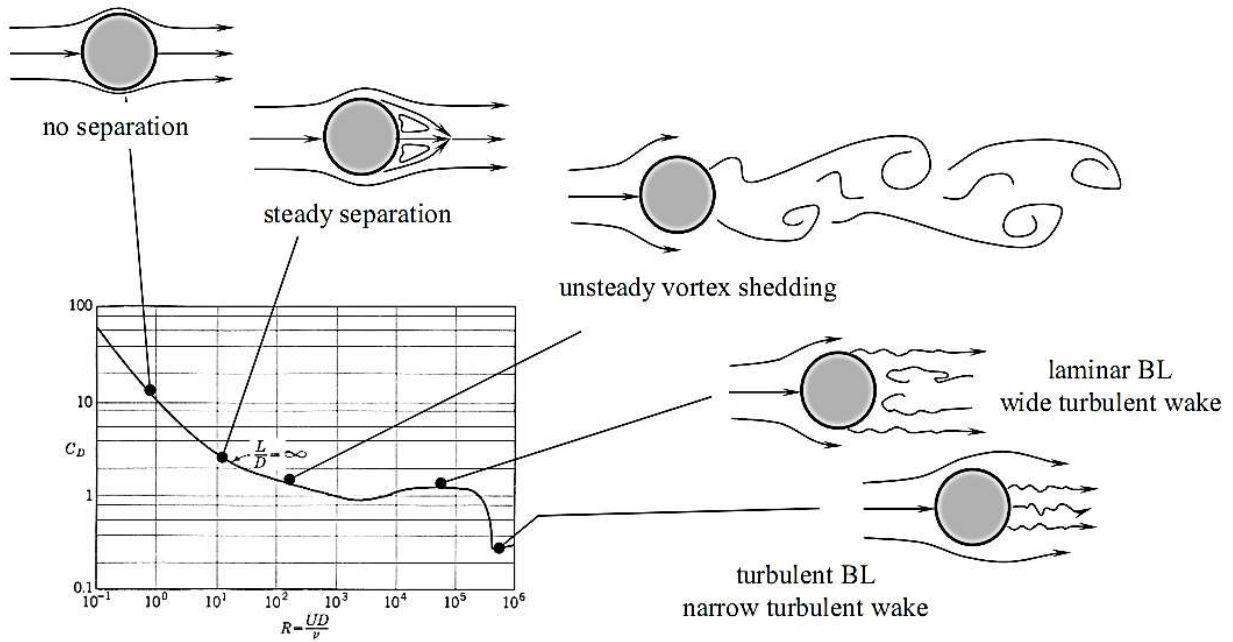
## جریان خارجی بر روی یک کره (تغییرات فشار)



Pressure distribution around a smooth sphere for laminar and turbulent boundary-layer flow, compared with inviscid flow

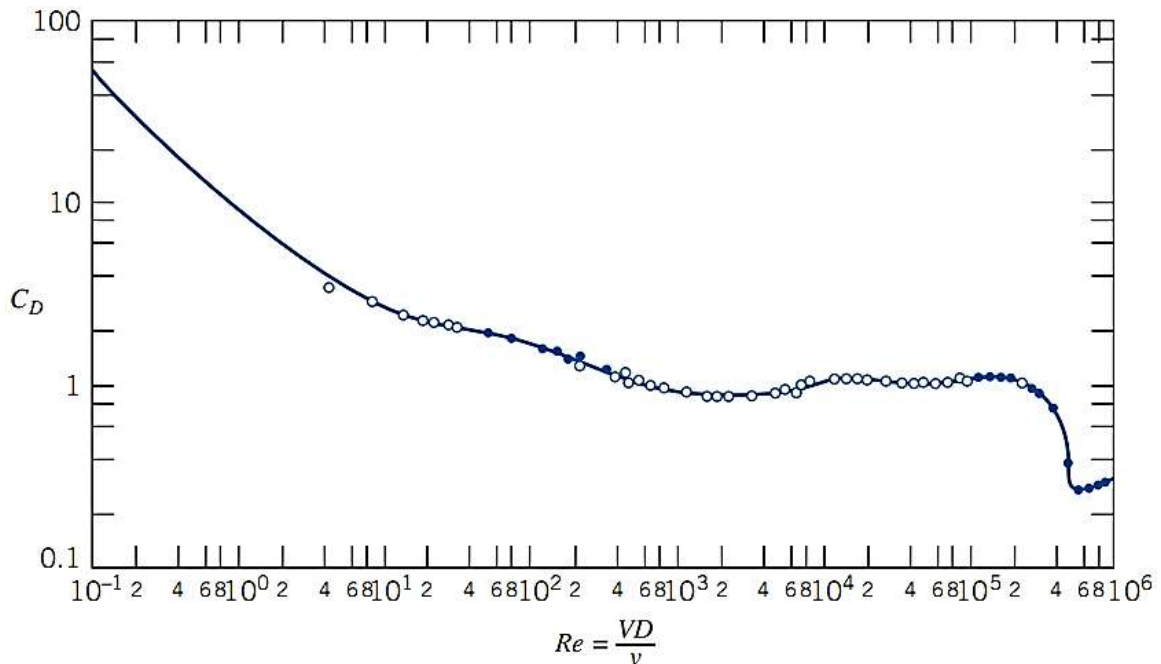
66

## جریان خارجی بر روی یک استوانه



67

## جریان خارجی بر روی یک استوانه

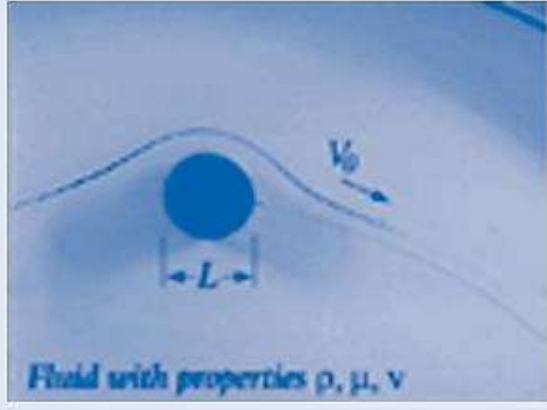


Drag coefficient for a smooth circular cylinder as a function of  $Re$  number

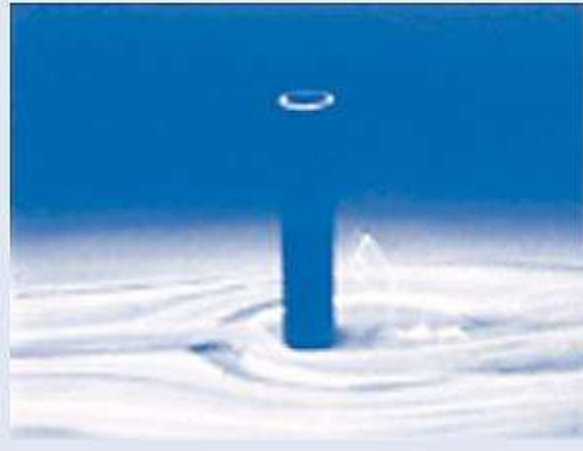
68

## جریان خارجی بر روی یک استوانه

Low Reynolds Number Flow over a Cylinder.



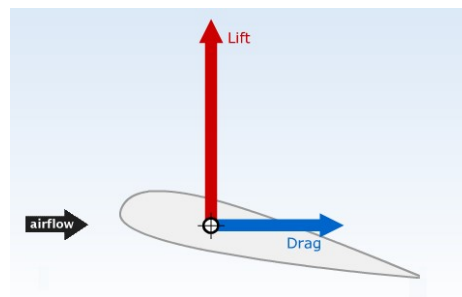
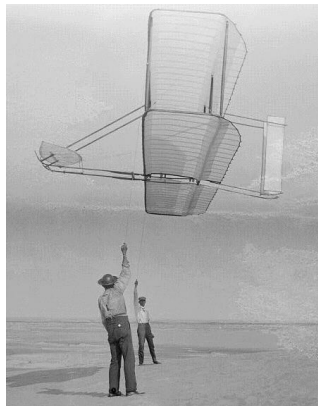
Flow Separation behind a Cylinder.



69

## نیروی لیفت (Lift)

▪ قبلاً اشاره شد که نیروی لیفت، مولفه نیروی برآیند عمود بر جهت جریان می باشد.

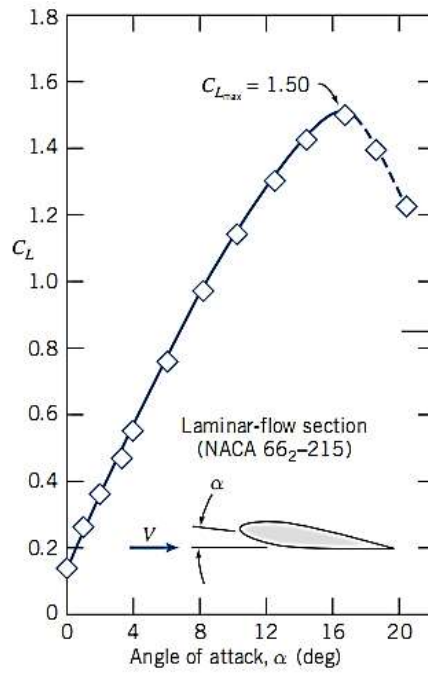
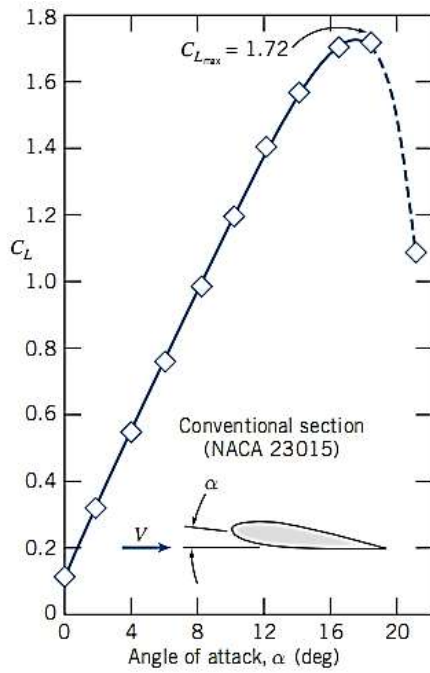


▪ برای نیروی لیفت، ضربی به شکل زیر تعریف شده است:

$$C_L \equiv \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_p}$$

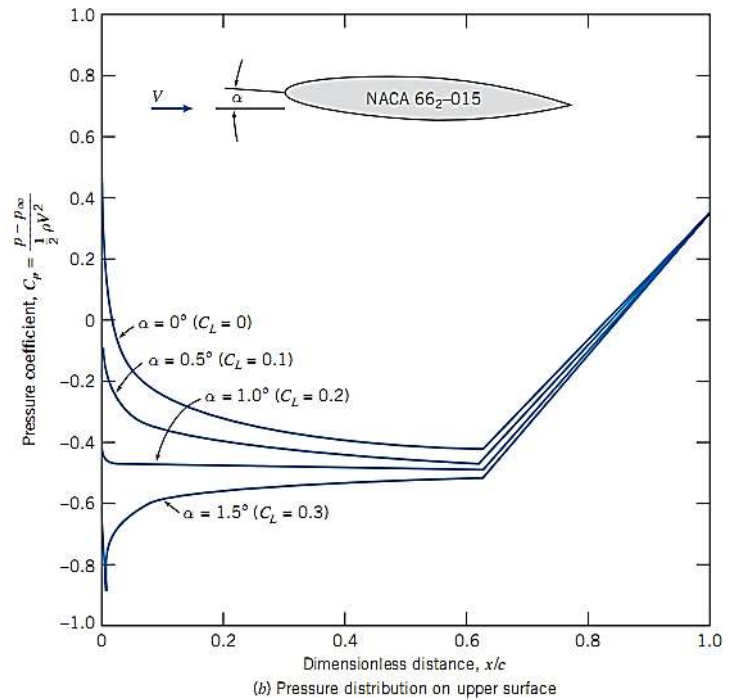
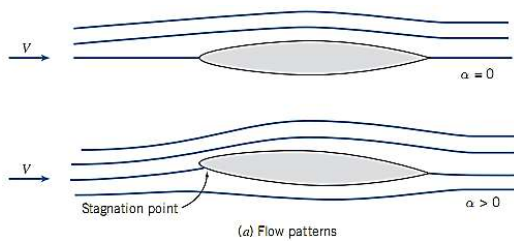
70

## نیروی لیفت (Lift)

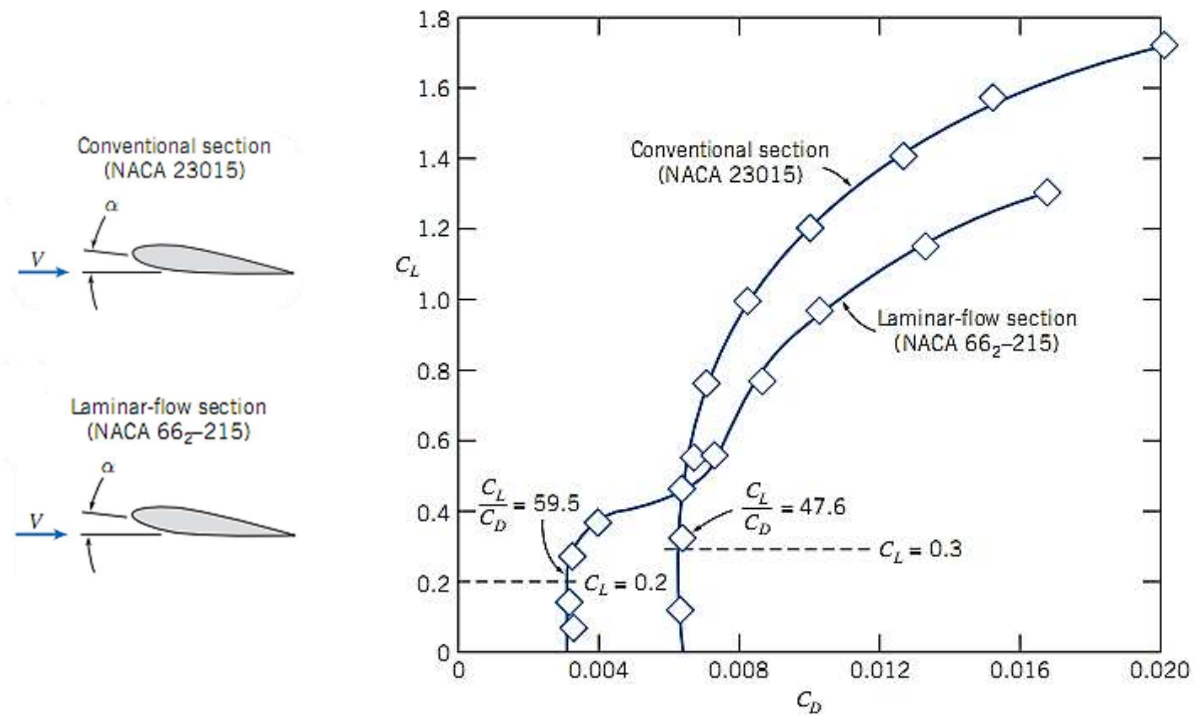


Lift coefficient vs. angle of attack

## نیروی لیفت (Lift)



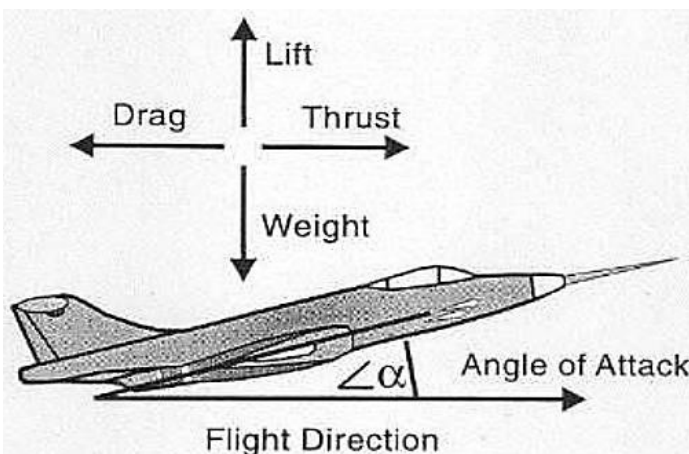
## نسبت نیروی لیفت به نیروی درگ



73

## هواپیما چگونه پرواز می کند؟؟؟

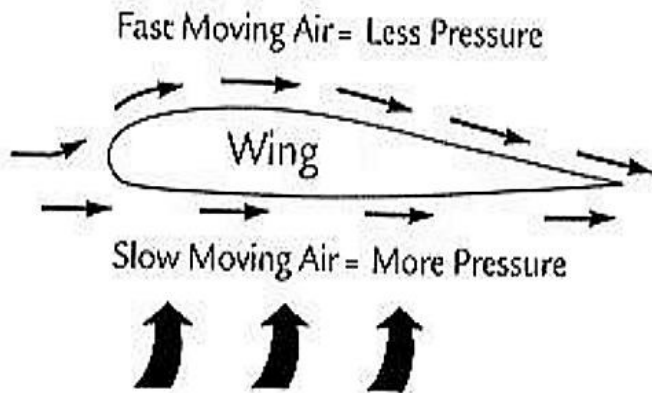
- بال های هواپیما هم راستا با خطوط جریان قرار می گیرند. در نتیجه نیروی درگ تحمیل شده به بدنه هواپیما به حداقل و نیروی لیفت به حداکثر می رسد. این امر به غلبه بر نیروی وزن هواپیما و بلند شدن هواپیما از زمین کمک شایانی می کند.
- بال ها نسبت به افق زاویه ۵ تا ۱۵ درجه می گیرند که به این زاویه، زاویه حمله گفته می شود.



74

## هوایما چگونه پرواز می کند؟؟؟

- در جریان های درهم، نیروی درگ فشاری نسبت به درگ اصطکاکی بیشتر بوده و در این حالت، با کاهش سطح پیشانی (Frontal surface area)، مقدار این نیرو افت می کند.
- هم چنین با این کار، احتمال بروز پدیده «جدایش» لایه مرزی از روی سطح کاهش یافته و درگ فشاری به حداقل می رسد.



75

## مثال

- یک صفحه صاف با ابعاد  $1.5\text{ m} \times 1.5\text{ m}$  با سرعت  $50\text{ km/h}$  در هوای ساکن با وزن مخصوص  $1.15\text{ kgf/m}^3$  حرکت می کند. اگر ضرایب درگ و لیفت به ترتیب برابر با  $0.15$  و  $0.75$  باشند، مطلوبست تعیین نیروی لیفت، نیروی درگ و نیروی برآیند.

حل: مساحت صفحه برابر است با

$$\text{Area of plate}(A) = 1.5 \times 1.5 = 2.25\text{ m}^2$$

سرعت صفحه بر حسب واحد SI:

$$\text{velocity of plate}(U) = 50\text{ km/h} = 50 \times \frac{1000}{3600}\text{ m/sec}$$

دانسیته هوا برابر است با

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1.15}{9.81} = 0.1172\text{ kg/m}^3 \quad !!!$$

با استفاده از ضریب درگ داریم

$$F_D = C_D A \rho \frac{U^2}{2} = 0.15 \times 2.25 \times 0.1172 \times \frac{13.89^2}{2} = 3.815\text{ N}$$

76

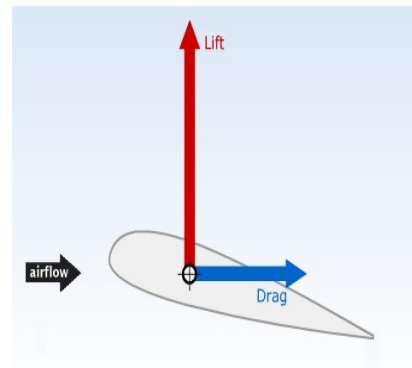
## مثال

به همین صورت با استفاده از ضریب لیفت می توان نوشت

$$F_L = C_L A \rho \frac{U^2}{2} = 0.75 \times 2.25 \times 0.1172 \times \frac{13.89^2}{2} = 19.078 \text{ N}$$

برای تعیین برآیند نیرو نیز به شکل زیر عمل می کنیم:

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_L^2 + F_D^2} = \sqrt{19.078^2 + 3.815^2} \\ &= \sqrt{363.47 + 14.554} \\ &= 19.455 \text{ N} \end{aligned}$$



## مثال

▪ یک توپ با قطر ۸ cm در یک جریان هوای عمودی که دارای سرعت ۷ m/sec می باشد معلق شده است. وزن مخصوص هوا به اندازه ۱/۲۵ kgf/m<sup>3</sup> بوده و ویسکوزیته سینماتیک (ν) آن نیز برابر با ۱/۵ stokes می باشد. وزن توپ را محاسبه نمایید.

حل: هنگامی که توپ در جریان عمودی هوا معلق شده است،

در واقع نیروی درگ وارد بر توپ (از سوی هوا) منجر به

غلبه بر عامل سقوط توپ (وزن توپ) می شود. پس برای

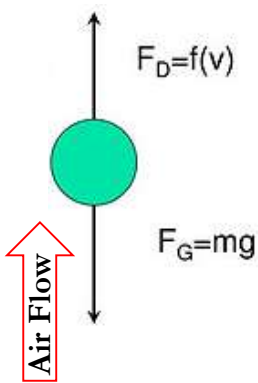
تعیین وزن توپ، تنها باید نیروی درگ وارد بر آن را محاسبه کنیم.

قطر توپ و سرعت جریان هوا برابر است با

$$D = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m} \quad U = 7 \text{ m/sec}$$

برای تعیین دانسیته هوا هم به شکل زیر عمل می کنیم:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1.25}{9.81} = 0.1274 \text{ kg/m}^3$$



## مثال

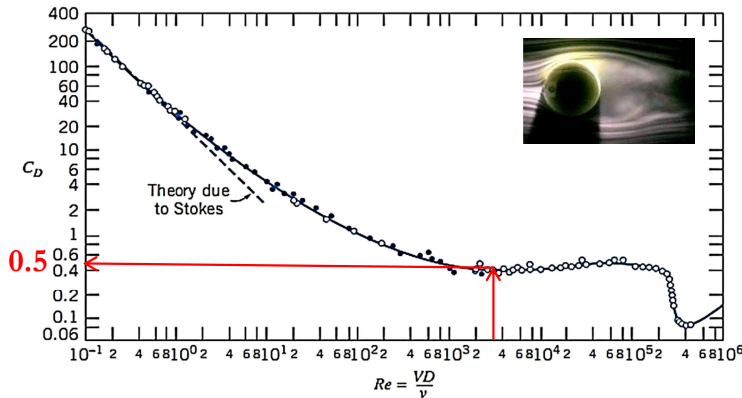
ویسکوزیته سینماتیک بر حسب واحد  $SI$  هم برابر است با

$$\nu = 1.5 \text{ stokes} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}$$

در نتیجه عدد  $Re$  برابر است با

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{7 \times 0.08}{1.5 \times 10^{-4}} = 3733 \Rightarrow C_D \approx 0.5$$

در نتیجه



Drag coefficient of a smooth sphere as a function of Reynolds number

$$F_D = C_D \rho \frac{U^2}{2} A$$

$$= 0.5 \times 0.1274 \times \frac{7 \times 7}{2} (\pi \times 0.04 \times 0.04)$$

$$= 0.007843 \text{ N} = W$$

79

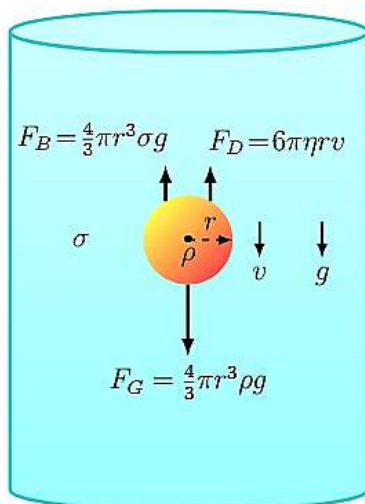


## سرعت حد

■ جسمی را در نظر بگیرید که در یک سیال ساکن سقوط می کند. نیروهایی که به این جسم وارد می شوند عبارتند از نیروی درگ ( $F_D$ )، نیروی شناوری ( $F_B$ ) و نیروی وزن ( $F_G$ ).

■ سرعت حد ( $Terminal Velocity$ ) برای جسم کروی

برابر است با (در صورت برقرار بودن قانون استوکس  $Re < 1$ ):



$$v_T = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

سوال: در صورتی که  $Re < 1$  نباشد، سرعت حد چگونه

تعیین می شود؟

80

● Any Question?

